Physicae Organum, v. 11, n. 1, e63664, Brasília, 2026. Publicação original: 2004.
Instituto de Física - Universidade de Brasília

PHYSICÆ ORGANUM

Texto didático

Física experimental

Física 1 experimental

ROTEIROS EXPERIMENTAIS

Nilo Makiuchi, Júnio Márcio Rosa Cruz,
Nadia Maria de Liz Koche, Paulo G. Lograd

Universidade de Brasília: Instituto de Física

Publicado em: 14 ago. 2026. Publicação original: 2004.

Resumo

Roteiros disponibilizados aos laboratórios de Física 1 Experimental do Instituto de Física da Universidade de Brasília (UnB) em 2004. Contém roteiros dos seguintes experimentos: Medidas e erros; Análise gráfica e movimento num plano inclinado; Análise gráfica através do computador; Força de atrito; Coeficiente de restituição; e Conservação do momento linear. Contém também os seguintes textos: "Medidas, algarismos significativos e erros"; "Instrumentos de medida"; "Aparato experimental para medida de velocidade"; "Elaboração e interpretação de gráficos"; e "Resumo de comandos do Grace". Os roteiros atualmente utilizados na disciplina podem apresentar modificações em relação a este material. Estudantes que estejam cursando a disciplina devem seguir as orientações fornecidas pelo professor responsável.

Palavras-chave: *Física experimental. Ensino de Física. Medidas físicas. Análise de dados. Incerteza de medição. Tratamento de dados. Gráficos.*

Abstract

Laboratory guides made available to the Physics 1 Experimental laboratories at the Institute of Physics of the University of Brasília (UnB) in 2004. The collection contains guides for the following experiments: Measurements and Errors; Graphical Analysis and Motion on an Inclined Plane; Computer-Based Graphical Analysis; Frictional Force; Coefficient of Restitution; and Conservation of Linear Momentum. It also contains the following texts: "Measurements, Significant Figures, and Errors"; "Measuring Instruments"; "Experimental Apparatus for Velocity Measurement"; "Preparation and Interpretation of Graphs"; and "Summary of Grace Commands". The guides currently used in the course may differ from this material. Students currently enrolled in the course should follow the instructions provided by the instructor in charge.

Keywords: *Experimental physics. Physics education. Physical measurements. Data analysis. Measurement uncertainty. Data processing. Graphs.*

INSTRUÇÕES GERAIS

1. Objetivos gerais

Na disciplina Física 1 experimental o aluno se dedicará a atividades práticas com o objetivo de desenvolver atitudes que caracterizam a prática experimentalista empregada em laboratórios científicos. Os experimentos serão orientados de modo que o aluno adquira formação básica para: manusear equipamentos e ler escalas; registrar dados indicando o grau de confiabilidade da medida ; analisar e interpretar dados de um experimento; registrar suas observações de forma clara, precisa e sucinta; fazer, manualmente, gráficos de tipos variados e obter relações matemáticas entre as grandezas; utilizar um programa de computador para construção e análise de gráficos; aplicar a teoria básica sobre erros e algarismos significativos; e, finalmente, apresentar os resultados do trabalho executado no laboratório de forma detalhada num relatório organizado em tópicos.

2. Programa

Serão realizados seis experimentos envolvendo conceitos de mecânica, onde se espera que as medidas possuam um bom grau de confiabilidade. No primeiro experimento, sobre medidas e erros, o aluno aprenderá conceitos básicos sobre como realizar medidas, estimar o "erro" contido nelas e calcular a propagação desses erros. No segundo , sobre análise gráfica, o aluno aprenderá a traçar gráficos manualmente, e a analisá-los, realizando um experimento que envolve conceito de cinemática. Já no terceiro experimento, terá a oportunidade de aprender como utilizar um programa de computador para traçar gráficos e realizar a respectiva análise. Nos três últimos experimentos serão utilizadas as técnicas de tratamentos de dados aprendidas, para verificação de conceitos de dinâmica como: força de atrito, coeficiente de restituição e conservação de momento.

3. Metodologia

Os alunos dispõem de duas aulas (4h no total) para realizar cada experimento. Cada aluno deve preparar-se previamente para realização do experimento respondendo a um pré-relatório. No laboratório os trabalhos serão desenvolvidos em grupos, com base em um roteiro, sob a orientação do professor e de um monitor. Cada grupo deve possuir um caderno ATA tipo ofício para registro de dados e confecção de relatórios. Os relatórios, um por grupo de trabalho, devem ser apresentados ao final de cada experimento. Os relatórios corrigidos servirão como instrumento de aprendizagem.

4. Bibliografia

Nesta apostila estão reunidos os roteiros dos experimentos, e cinco textos de apoio: o primeiro sobre medidas, erros e algarismos significativos; o segundo sobre instrumentos de medida; o terceiro sobre o aparato experimental utilizado para as medidas de velocidade; o quarto sobre elaboração e análise de gráficos; e o quinto sobre os principais comandos do programa GRACE utilizados na análise de gráficos.

Para consulta sobre o conteúdo teórico envolvido nos experimentos é indicado o livro adotado na disciplina Física 1, atualmente, Fundamentos de Física, Halliday e Resnick, Vol. 1, editora LTC.

5. Avaliação e Critério de Aprovação

O desempenho do aluno será avaliado com base nos relatórios dos experimentos e em duas provas parciais.

A média final (MF) será calculada como: MF = 0,3 MR + 0,7 MP, onde MR é a média das notas obtidas nos relatórios e MP é a média das notas obtidas nas provas.

Para ser aprovado o aluno deverá obter $MP \geq 5,0$ e $MR \geq 5,0$.

Menções serão atribuídas conforme as normas da universidade.

6. Procedimentos e Posturas em um Laboratório

É natural que alunos que nunca tiveram uma aula de laboratório tenham dificuldades durante as primeiras aulas por não saber os procedimentos a serem seguidos. Diferente de uma aula teórica, a aula em laboratório pressupõe uma habilidade ou treinamento de atividades manuais, feitas através de um processo gradual que se constrói de forma interativa. A boa postura em um laboratório consiste em:

- Ser assíduo e pontual – Não é raro que o aluno que perde as instruções iniciais tenha seu desenvolvimento na disciplina comprometido até o final do semestre. Procure não chegar atrasado pois isto perturba o ambiente de trabalho, provoca distrações desnecessárias e perda de tempo considerável de todos.
- Preparar-se antecipadamente para a realização do experimento – É de fundamental importância que o aluno saiba os objetivos do experimento, os conceitos teóricos básicos envolvidos, tome conhecimento dos equipamentos utilizados e dos procedimentos que serão desenvolvidos para realizar o experimento com sucesso. Com essa finalidade, foi incluído junto ao roteiro de cada experimento um pré-relatório. O pré- relatório consiste de um conjunto de questões que poderão ajudá-lo a entender e a planejar as suas atividades no laboratório. Cada aluno deve se preparar para realização do experimento respondendo ao pré-relatório.
- Trazer o material necessário para a prática – Além da apostila (roteiro de experimento) e do caderno de atas, instrumentos como caneta, lápis, borracha, régua, esquadro e transferidor serão úteis nas suas atividades no laboratório. Venha munido também de uma calculadora científica; se possível , que possua funções estatísticas. Para alguns experimentos, o aluno deverá adquirir folhas de papel milimetrado, log-log e mono-log seguindo as orientações dos procedimentos, de cada experimento, contidos nos roteiros desta apostila.
- Utilizar corretamente o caderno de atas – O caderno de atas deverá ser utilizado como um diário de laboratório e também para redação dos relatórios (ver abaixo).
- Não comer, não fumar e não beber no laboratório – Atitudes como estas previnem contra pequenos e grandes acidentes, além de permitir que as mãos estejam livres para a prática experimental.
- Manter o ambiente limpo e organizado – Não riscar ou escrever nas mesas, jogar o lixo na cesta, não jogar papéis ou objetos sólidos na pia.

7. Uso do Caderno de Atas

O caderno de atas como um diário de laboratório é uma memória das atividades desenvolvidas no laboratório. Com esta finalidade, o seu uso correto consiste em:

- Abrir o caderno logo no início da prática, e mantê-lo aberto até o término;
- Registrar data, hora e atividade que está iniciando;
- Registrar tudo no caderno de atas: os objetivos do experimento, as características particulares dos equipamentos, objetos e/ou kits utilizados, os detalhes do trabalho executado no laboratório escrito de forma clara, que possibilite a repetição do experimento nas mesmas condições, as tabelas de dados, os cálculos intermediários, etc...Não use folhas de papel avulsas.

A apresentação detalhada do trabalho executado no laboratório é feita com a redação do relatório.

8. Relatórios

O relatório deve ser organizado em tópicos que facilitem sua leitura e compreensão, e cuja seqüência reflete o curso natural de realização de um experimento. Após escrever o título e a data de realização do experimento, deve-se deixar claro quais são os OBJETIVOS a serem alcançados. A seguir, é importante entender de que forma o material deverá ser usado para atingir os objetivos, ou seja, quais os PROCEDIMENTOS a serem adotados para se realizar o experimento. Neste item deve-se fornecer informações que ligue a teoria, o equipamento e os objetivos de forma a deixar claro a idéia que motivou esse ou aquele procedimento experimental. Uma listagem do MATERIAL utilizado, contendo algum tipo de identificação de cada item mais importante é sempre útil para que se possa localizá-los se necessário. Registre não só os DADOS EXPERIMENTAIS em forma de tabelas e/ou gráficos, mas tudo o que parecer importante para o próximo passo. Na ANÁLISE DOS DADOS deve-se reavaliar os resultados obtidos e compará-los, seja com a teoria, seja com o resultado de outro método utilizado. Deve-se fazer uma análise crítica do experimento, das fontes de erro e dos resultados. A utilidade das observações dependerá da margem de erro das medidas. O último passo é redigir uma CONCLUSÃO, sumariando os principais resultados, a análise, a validade ou não do experimento e o que foi possível aprender com ele.

Deve-se encarar as atividades no laboratório sob a perspectiva correta. Trata-se de uma atividade científica, ainda que bastante rudimentar, e neste caso, organização, tanto do espaço físico, como das ações é muito importante para o bom desempenho dos experimentos.

EXPERIMENTO I – MEDIDAS E ERROS

Introdução

Na leitura de uma medida física deve-se registrar apenas os algarismos significativos, ou seja, todos aqueles que a escala do instrumento permite ler mais um único algarismo estimado, quando isso for possível. Além disso é necessário informar o grau de confiabilidade da medida. Por isso, o resultado de uma medida deve ser expresso como $X = (\overline{X} \pm \Delta X)$ u , onde $\overline{X}$ representa a melhor estimativa, ΔX a incerteza na determinação e u a unidade de medida.

Numa medida direta, $\overline{X}$ é a média aritmética dos valores medidos e ΔX é o erro experimental calculado como a soma dos erros instrumental e aleatório. O erro instrumental depende do tipo de instrumento utilizado: se analógico, o erro é a metade da menor divisão da escala; se digital, o erro é a própria precisão do instrumento. O erro aleatório é calculado como o desvio padrão da média: $\sigma_m = \sqrt{(\sum (X_i - \overline{X})^2 / N(N-1))}$

Numa medida indireta $\overline{X}$ é obtido pela operação com as melhores estimativas das grandezas medidas e ΔX é obtido pela utilização das regras de propagação de erros. As equações do erro máximo propagado para as principais operações são:

(a) Adição e subtração : Δ(X + Y) = ΔX + ΔY e Δ(X-Y) = ΔX + ΔY.

(b) Multiplicação e divisão: Se A = X · Y ou A = X/Y então ΔA= A (ΔX/X + ΔY/Y)

O erro em uma medida define a posição do algarismo duvidoso, determinando, então, o número de algarismo significativo da medida. Assim sendo, qualquer erro deve ser expresso com apenas um algarismo significativo.

Ao escrever-se um resultado experimental na forma $X = \overline{X} \pm \Delta X$ esta informando-se o intervalo de valores prováveis $(\overline{X} + \Delta X \leq X \leq \overline{X} - \Delta X)$, para a grandeza X. O erro relativo ($E = |\Delta X| / X$) é uma forma de avaliar a precisão de uma medida, e pode ser apresentado na forma percentual. Ao comparar dois resultados experimentais de uma grandeza diz-se que há discrepância significativa entre os resultados se não houver superposição dos intervalos de valores prováveis.

PRÉ-RELATÓRIO

Procure desenvolver as questões abaixo estudando o texto sobre Medidas, Algarismos significativos e Erros no final da apostila.

1) Defina:

(a) precisão;

(b) acurácia;

(c) discrepância.

2) Caracterize:

(a) erro instrumental;

(b) erro sistemático;

(c) erro aleatório.

3) Seguindo a regra adotada neste curso, indique o erro instrumental de:
(a) uma régua milimetrada;
(b) um paquímetro cuja menor divisão é 0,05 mm;
(c) um micrômetro cuja menor divisão é 0,01 mm;
(d) uma balança digital cuja "menor divisão" é 0,1 grama;
(e) um cronômetro digital cuja "menor divisão" é 0,01 segundo.

4) Escreva a expressão matemática que, do ponto de vista estatístico, melhor estima o erro aleatório de uma medida repetida N vezes?

5) Na tabela abaixo são apresentados valores para o comprimento de um objeto. As medidas forma feitas com uma régua milimetrada, portanto, o erro instrumental é ΔL=0,05cm.

L (cm)	3,70	3,70	3,65	3,70	3,70	3,75	3,75	3,75	3,65	3,75

Determine:
(a) O valor médio do comprimento;
(b) O desvio padrão;
(c) O desvio padrão da média;
(d) O erro aleatório provável;
(e) Escreva o resultado de acordo com a teoria de erros.

6) Na tabela abaixo são apresentados valores para o comprimento do mesmo objeto, só que medidos com erro instrumental ΔL = 0,003cm.

L (cm)	3,710	3,715	3,705	3,695	3,725	3,725	3,705	3,715	3,710	3,715

. Determine:
(a) O valor médio do comprimento;
(b) O desvio padrão;
(c) O desvio padrão da média
(d) O erro aleatório provável;
(e) Escreva o resultado de acordo com a teoria de erros.

7) Há discrepância significativa entre os resultados das medidas de comprimento (5) e (6)? Calcule o erro relativo percentual de cada uma e identifique a medida mais precisa.

8) A tabela a seguir apresenta os valores medidos dos lados de uma placa de acrílico.

Lado A (mm)	Lado B (mm)
34,75 ± 0,03	58,20 ± 0,03

Calcule:

(a) O valor da área da placa;
(b) O erro propagado na determinação da área;
(c) Escreva o resultado final da medida da área de acordo com a teoria de erros.

Como parte da atividade que precede o experimento, é necessário que você leia com atenção o roteiro do experimento I . Verifique se as perguntas e orientações contidas no roteiro fazem sentido para você. Se isto não acontecer procure esclarecê-las prontamente para que não venham a perturbar o andamento das medidas. Um estudo prévio do roteiro é fundamental para realizar as suas atividades no laboratório. Procure fazer um planejamento, ou um sumário, das atividades que você deve desenvolver no laboratório.

ROTEIRO DO EXPERIMENTO E ESTRUTURA DO RELATÓRIO

1. Objetivos

Determinar o volume e a densidade de um objeto com formato geométrico regular.

2. Material Utilizado

i) Uma placa retangular com um furo circular,
ii) um paquímetro,
iii) um micrômetro,
iv) uma balança digital

Deve-se registrar no caderno ata as características fundamentais de cada item do material, tais como:Marca, modelo, precisão, fundo de escala, sua função no experimento,...

3. Procedimentos, Dados e Análises Experimentais

Abra o caderno ata, registre data, hora e atividade que está iniciando.

Liste o material utilizado anotando o número do kit e algum tipo de identificação de cada componente, que o distinga dos demais encontrados no laboratório. Identifique o objeto a ser medido. Isto é importante para o caso de precisar localizá-los para repetir o experimento e checar os dados obtidos.

Verifique se você sabe como manusear cada instrumento de medida. Caso você tenha alguma dúvida sobre como fazer a leitura, releia o texto sobre algarismos significativos na seção “Medidas, Algarismos Significativos e Erros” no final da apostila. Caso você nunca tenha manuseado um paquímetro e/ou um micrômetro, primeiro leia os textos correspondentes a esses instrumentos na seção “Instrumentos de Medida” no final da

apostila. Em seguida procure saber com o professor ou monitor, qual o procedimento correto para a sua utilização. Caso persista alguma dúvida, leia o texto novamente, e discuta com os colegas de seu grupo. Só depois disso faça uso dos equipamentos.

Anote a precisão de cada um dos instrumentos de medida utilizados.

Meça uma das dimensões geométricas do objeto (por exemplo, o comprimento do lado A) usando o instrumento mais apropriado, ou seja, aquele que melhor se ajusta àquela dimensão do objeto e permita fazer a medida com maior precisão. Observe que o processo de medida envolve pegar o objeto e ajustar o aparelho sobre ele. Para verificar se o objeto é realmente regular ou o aparelho de precisão é capaz de detectar alguma irregularidade na dimensão medida, é necessário ajustar o aparelho em pontos distintos do objeto, registrar o valor lido e observar se houve alguma variação. Se houve diferença entre as medidas feitas na mesma dimensão, verifique primeiro se houve alguma falha no procedimento de medida. Se não houve falha, realize uma série de no mínimo dez medidas para aquela dimensão a fim de estimar o valor médio e o erro aleatório. Registre as medidas de cada dimensão conforme tabela abaixo:

Tabela 1.: Medidas das dimensões da placa retangular com furo circular.

Lado A(cm)	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	$\bar{A}$	ΔA_{inst}	ΔA_{ale}
Lado B(cm)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	$\bar{B}$	ΔB_{inst}	ΔB_{ale}
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

O resultado da medida de cada dimensão deve ser escrito segundo a teoria de erros como $X = (\bar{X} \pm \Delta X)$ u onde, $\bar{X}$ é o valor médio, ΔX é o erro experimental e u é a unidade de medida.

Para medir o volume do objeto é necessário medir os lados da placa, a espessura e o diâmetro do furo. Siga o procedimento descrito anteriormente para medir e anotar os dados de cada uma das dimensões do objeto.

O resultado da medida do volume deve ser expresso como $V = (\bar{V} \pm \Delta V)$ u, onde $\bar{V}$ é a melhor estimativa, ΔV é a incerteza e u a unidade da medida. Como essa é uma medida indireta, utilize as regras de propagação de erros para determinar o erro experimental (ΔV).

Meça a massa do objeto e registre o resultado da medida como M = M ± ΔM.

Calcule a melhor estimativa e a incerteza na medida da densidade. Escreva o resultado da medida da densidade de acordo com a teoria de erros ($\rho = \rho \pm \Delta\rho$) .

Compare o erro relativo percentual da massa com o do volume e identifique qual das medidas deu a maior contribuição para a incerteza na medida da densidade.

Compare o valor calculado com valores de densidade tabelados encontrados na literatura e procure inferir que material é esse.

Compare o seu resultado da medida de densidade com os resultados de outros grupos e verifique se houve discrepância significativa entre eles.

4. Conclusão

Informe os valores encontrados para o volume e a densidade do material. Comente a precisão dos seus resultados. Comente se houve discrepância significativa entre os seus resultados e os de outras equipes.

OBJETIVOS DIDÁTICOS DO EXPERIMENTO:

Neste experimento o aluno aprenderá:

- a associar a toda medida um grau de incerteza;
- a distinguir os diferentes tipos de erros, em particular, o erro instrumental e o aleatório;
- a utilizar as regras da teoria de erros e as de algarismos significativos no tratamento de dados;
- a utilizar as regras de propagação de erros para calcular erros associados a grandezas medidas indiretamente;
- a utilizar os conceitos de precisão, discrepância e acurácia para analisar e comparar resultados experimentais.

EXPERIMENTO II – ANÁLISE GRÁFICA E MOVIMENTO NUM PLANO INCLINADO

Introdução

O movimento no plano inclinado foi escolhido para introduzir e discutir alguns métodos gráficos de aplicação geral em vários ramos da ciência, e por este motivo sugerimos que o experimento seja realizado concentrando a atenção do aluno nos métodos utilizados e na análise feita com eles.

Neste experimento utiliza-se um plano inclinado com atrito tão pequeno que pode ser considerado desprezível. Para descrever a cinemática de um movimento precisa-se saber como a posição e a velocidade evoluem com o tempo. Os comportamentos da posição e da velocidade, com o tempo, podem ser visualizados em gráficos e a equação matemática pode ser obtida pela análise dos gráficos. O método de analise de gráficos feitos manualmente consiste em: 1) fazer um gráfico em papel milimetrado e a partir do formato da curva sugerir uma equação que relacione as variáveis envolvidas; 2) Se o gráfico não for uma reta, fazer uma mudança apropriada de variáveis com o intuito de linearizar a função; 3) traçar o gráfico da função linearizada e determinar os coeficientes da expressão; 4) escrever a equação obtida experimentalmente, atribuir um significado físico aos coeficientes e comparar o resultado final com a previsão feita pela teoria.

PRÉ-RELATÓRIO

Faça uma revisão sobre a cinemática do movimento em uma dimensão e responda as questões abaixo.

1) Defina operacionalmente a posição.
2) Defina operacionalmente a velocidade instantânea.
3) Diga como proceder para determinar a inclinação de um plano.
4) Determine a aceleração de um corpo num plano inclinado sem atrito.
5) Descreva a expressão que nos dá a posição do corpo, ao longo do plano, em função do tempo (considere que o corpo partiu do repouso no topo do plano).
6) Descreva a expressão que nos dá a velocidade do corpo em função do tempo.
7) Descreva a expressão que nos dá a velocidade do corpo em função da posição ao longo do plano.

Antes de prosseguir, leia atentamente o texto sobre “Elaboração e Interpretação de Gráficos” no final da apostila.

1) Que cuidados devem ser tomados na elaboração de um gráfico?

Leia com atenção o roteiro do experimento II.

1) Apresente os objetivos do experimento.
2) Enumere as atividades que você vai desenvolver.

ROTEIRO DO EXPERIMENTO E ESTRUTURA DO RELATÓRIO

1. Objetivos

Utilizar a análise gráfica para descrever a cinemática de um corpo em um plano inclinado, com atrito desprezível. A partir da análise gráfica determinar a aceleração da gravidade local.

2. Material Utilizado

Os detalhes da montagem experimental são dados no texto de apoio sobre o Aparato Experimental para Medidas de Velocidade.

No relatório o aluno deve relacionar o equipamento utilizado apresentando suas características fundamentais, fazer um esboço da montagem e indicar as configurações do sistema elétrico que foram utilizadas para fazer as medidas.

3. Procedimentos, Dados e Análises Experimentais

Primeiramente é necessário assegurar-se de que o trilho esteja perfeitamente na horizontal. Isso pode se feito ligando-se a fonte de ar comprimido e deixando o corpo em formato de Y invertido flutuar sobre a pista. O trilho estará na horizontal se o corpo não mostrar nenhuma tendência de movimento. Um parafuso na extremidade do trilho permite regular a sua inclinação de forma a deixá-lo na horizontal.

Utilize o bloco cilíndrico de alumínio para levantar uma das extremidades do trilho de ar. Meça a altura do bloco para quantificar a inclinação do trilho. É importante que se determine o seno do ângulo de inclinação do trilho, este dado será usado na obtenção da aceleração do corpo no plano inclinado (trilho inclinado).

Familiarize-se com o equipamento. O equipamento permite medir o tempo transcorrido em função da distância percorrida. O trilho de ar possui uma escala milimetrada que pode ser usada para registrar a posição do corpo. Numa das extremidades da pista foi acoplado um eletroimã que, quando desenergizado, libera o corpo. Um cronômetro digital, ligado ao eletroimã e a um sensor ótico, registra o intervalo de tempo. O sensor ótico posicionado a uma certa distância do ponto de partida registra a passagem do corpo. Quando o feixe de luz infravermelha é interrompido, um sinal é enviado para parar ou acionar o cronômetro digital. Uma chave no circuito elétrico seleciona o modo de disparo do cronômetro.

Primeiro determina-se como a posição do corpo varia em função do tempo medindo-se o tempo transcorrido para o corpo percorrer uma determinada distância. Faz-se a medida para 10 posições distintas ao longo do trilho, de modo a ter 10 pares de posição e tempo associados (x, t).

Para registrar o tempo transcorrido para o corpo percorrer uma determinada distância é necessário posicionar o sensor exatamente nesta distância. Para isto segura-se o corpo na posição desejada e movimenta-se o sensor até que a luz seja interrompida. Um LED vermelho acende quando o feixe de luz infravermelho é interrompido. Observando o indicador pode-se colocar o sensor na posição desejada. Com a chave CH1 na posição B e o cronômetro na configuração: ⌜⌝ , o cronômetro será disparado

quando o corpo for liberado pelo eletroimã e parado quando a passagem do corpo interromper o feixe de luz. Ajusta-se a altura do sensor para que o feixe seja interrompido pela aleta posicionada sobre o corpo na parte frontal.

Em seguida, determina-se como a velocidade varia em função da posição medindo-se o tempo (Δt) que o carrinho leva para percorrer uma distância pequena (Δx) em torno da posição escolhida. A velocidade "quase" instantânea é dada por $v = \Delta x/\Delta t$. Faz-se a medida para as mesmas 10 posições escolhidas anteriormente, de modo a ter 10 pares de posição e velocidade associados (x,v).

Para medir este intervalo de tempo a posição da chave CH1 é mudada para A e a configuração do cronômetro para: ⌴ . Assim, a cronometragem se inicia quando o feixe de luz é bloqueado pela aleta e termina assim que ele é desbloqueado. Mede-se a largura da aleta para determinar Δx. Ajusta-se a altura do sensor para que o feixe seja bloqueado pela aleta.

Recomenda-se que as medições sejam feitas na seqüência, isto é, mede-se (x, t) e então (Δx, Δt **), após cada ajuste de posição do sensor**.

Uma tabela de dados da velocidade em função do tempo é montada correlacionando os dados dos dois procedimentos anteriores.

Sugestão para o registro dos dados experimentais

Inclinação da pista

Medida do comprimento L =

Medida da altura H =

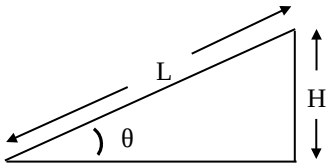


Figura 1 Mostra-se a Inclinação da pista.

sen $\theta = H/L \pm \Delta (H/L)$

Tabela 1.: Medida do tempo t em função do espaço percorrido S. Para um corpo em movimento num plano inclinado sem atrito.

	Tempo transcorrido (seg)								
S(cm)	t_1	t_2	t_3	.....	t_n	t_{med}	Δt_{ale}	Δt_{ins}	t
10,0									
20,0									
30,0									
40,0									
50,0									
60,0									
70,0									
80,0									
90,0									
100,0									

Tabela 2.: Medida do intervalo de tempo *t* para o corpo percorrer a largura da aleta em função da posição S desta.

	Intervalo de tempo (seg)								
S(cm)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_{med}	Δt_{ale}	Δt_{ins}	t
10,0									
20,0									
30,0									
40,0									
50,0									
60,0									
70,0									
80,0									
90,0									
100,0									

Medida da largura da aleta L=

Sugestão para conduzir a análise de dados

3.1. Cálculo da velocidade instantânea.

Operacionalmente a velocidade instantânea pode ser determinada como L / t, onde L é a largura da aleta e t é o intervalo de tempo registrado na segunda tabela. Calcule as velocidades instantâneas e construa uma tabela com três colunas: o tempo, a posição e a velocidade instantânea correspondentes.

Tabela 3.: Posição e velocidade instântanea do corpo no trilho inclinado e o tempo correspondente.

Tempo (s)	Posição (cm)	Velocidade (cm/s)
.....	.....	.....

Observação: Todos os dados da tabela devem ser escritos como $X = X_{médio} \pm \Delta X$. Como a velocidade foi determinada indiretamente, deve-se fazer a propagação de erros do quociente L / t para estimar o erro na medida da velocidade.

3.2. Construa o gráfico de velocidade versus tempo em papel milimetrado. Analise o gráfico.

O gráfico é uma reta? Qual a forma geral da equação que relaciona as variáveis V e t? Determine os valores e as unidades do parâmetro linear e do parâmetro angular. Qual o significado físico de cada parâmetro? Qual foi a equação obtida experimentalmente para representar a relação entre V e t? Esta equação indica que o movimento é uniformemente acelerado? No plano inclinado, a aceleração do corpo depende da inclinação do plano e

do valor da aceleração da gravidade local (g). Com os valores determinados para a inclinação do plano e a aceleração do corpo estime o valor de g.

3.3.Construa um gráfico de posição versus tempo em papel milimetrado. Analise o gráfico.

O gráfico é uma curva voltada para cima? Este comportamento sugere que S seja proporcional a uma potência de t. Supõe-se que $S = c\ t^n$ *com n>1, onde c e n são constantes que precisam ser determinadas. A determinação destas constantes é feita utilizando-se o artifício de linearização da função. Aplicando logaritmo nos dois membros da equação obtém-se* $\log S = \log c + n \log t$. *Isto significa que traçando-se um gráfico de S versus t em papel log-log obtém-se uma reta, onde o parâmetro angular é a potência de t e o parâmetro linear é igual a* $\log c$, *isto é, o ponto de corte no eixo das ordenadas é c.*

3.4. Construa o gráfico de posição versus tempo em papel log-log. Analise o gráfico.

O gráfico é uma reta? Os valores de c e n são determinados sabendo-se que o gráfico é uma representação da equação linearizada $\log S = \log c + n \log t$. *Assim*

i) *n é o coeficiente angular, calculado como a inclinação geométrica da reta. Isto, porque as escalas nos eixos das ordenadas e abscissas são iguais.*

ii) *Quando t=1 tem-se* $\log t = 0$ *e resulta que* $\log S = \log c$, *ou seja S = c. Isto é, obtém-se o valor de c por extrapolação da reta para t=1.*

Substituindo os valores de c e n na expressão $S = c\ t^n$, *escreve-se a equação que representa a relação entre S e t.*

Esta equação descreve um movimento uniformemente acelerado? Qual o significado físico da constante c? Obtenha o valor da aceleração da gravidade, tendo em vista o significado da constante c.

Até este ponto, espera-se ter conseguido mostrar que o movimento é uniformemente acelerado. Sendo assim, a equação que relaciona a velocidade com o espaço percorrido tem a forma $v^2 = v_0^2 + 2\ a\ S$. *Sabendo que 2 é a potência de v, utiliza-se outro artifício de linearização, que consiste em traçar um gráfico em papel milimetrado de* v^2 *em função de S. O que confirmará um movimento uniformemente acelerado.*

3.5 Construa uma tabela do quadrado da velocidade em função da posição e depois construa o gráfico do quadrado da velocidade versus posição em papel milimetrado. Analise o gráfico.

O gráfico é uma reta? Qual a forma geral da equação que relaciona as variáveis v^2 *e S? Qual o valor e a unidade do parâmetro linear? E do parâmetro angular?. Qual o significado físico de cada parâmetro? Qual foi a equação obtida experimentalmente para representar a relação entre* v^2 *e S? Qual o valor da aceleração da gravidade local (g) obtida a partir destes dados?*

Observação: o erro associado a v^2 *é dado por* $\Delta(v^2) = 2\ v\ \Delta v$. *Use a expressão que determina o erro numa multiplicação e obtenha este resultado.*

4. Conclusão

Escreva as equações $v = f(t)$; $S = f(t)$ e $v = f(S)$ obtidas experimentalmente. As equações revelam que o movimento é uniformemente acelerado? Qual o valor encontrado para a aceleração do corpo no plano inclinado? Qual o valor encontrado para a aceleração da gravidade no local?

EXPERIMENTO III – ANÁLISE GRÁFICA ATRAVÉS DO COMPUTADOR

Introdução

Neste experimento o aluno aprenderá a trabalhar com gráficos no computador e realizará a análise gráfica através de um programa, bastante poderoso e muito utilizado por pesquisadores nas universidades. Nosso objetivo é usar alguns desses recursos para interpretar nossos resultados, e aprofundar os conhecimentos sobre ajuste de curvas.

Não teremos necessariamente que trabalhar com equipamentos para obter resultados experimentais, já que os dados a serem trabalhados correspondem aos valores obtidos no experimento II, mas nem por isso o experimento pode ser considerado de menor importância. As atividades desenvolvidas apresentam nuances de laboratório de pesquisa que outros experimentos não têm. Por exemplo, neste experimento você poderá perceber a importância do bom registro de dados em um livro ata. Os resultados obtidos devem ser basicamente os mesmos do experimento II. As diferenças que você observará podem indicar um melhor resultado através do computador, já que neste caso as análises são basicamente numéricas, sem subjetividade, mas também pode indicar um resultado muito pior, devido a um uso inadequado do computador. Assim, o uso de resultados anteriormente trabalhados serve para ilustrar algumas situações em laboratório.

Para o bom desenvolvimento das atividades é recomendável que você faça o treinamento sugerido no pré-relatório, para familiarizar-se com os procedimentos básicos de utilização dos computadores nos laboratórios de ensino e com os principais comandos do programa GRACE.

PRÉ-RELATÓRIO

Reveja os conceitos e resultados sobre cinemática do movimento em uma dimensão.

1) Escreva as equações que caracterizam um movimento uniformemente acelerado:
1 - Expressão da posição do corpo em função do tempo.
2 - Expressão da velocidade em função do tempo.
3 - Expressão da velocidade em função da posição.
2) Escreva a expressão que relaciona a aceleração de um corpo num plano inclinado com a inclinação do plano.

Leia na página seguinte o item: INSTRUÇÕES PARA USO DOS COMPUTADORES NOS LABORATÓRIOS DE ENSINO. Texto contendo mais detalhes você encontra no laboratório de Física 1 Experimental: Referência Rápida do Grace. Passe no laboratório, pegue com o técnico o nome de usuário e a senha que correspondem ao seu cadastro na rede Linux (Lambris). Faça um treinamento seguindo as instruções do texto para construir e analisar o gráfico de posição versus tempo correspondente aos dados da tabela abaixo.

Tabela.: Posição versos tempo no movimento de um corpo.

T(s) ± 0,01s	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
S(cm)± 0,05cm	6,71	9,43	12,18	14,87	17,70

a) Qual foi a equação obtida pelo ajuste linear no computador?
b) Qual o significado físico do parâmetro linear? Qual o significado físico do parâmetro angular?
c) Qual a posição inicial do objeto? Qual a velocidade do objeto?

Leia com atenção o roteiro do experimento III para fazer um planejamento do experimento.

1) Quais são os objetivos do experimento?

2) Enumere as atividades que você vai desenvolver, listando-as numa seqüência lógica.

INSTRUÇÕES PARA USO DOS COMPUTADORES NOS LABORATÓRIOS DE ENSINO

1. **Ligue o monitor**, a CPU já está ligada.
2. Entre com o nome do usuário e a senha, que você deve solicitar ao técnico do laboratório.
3. Na tela do monitor aparece a janela de inicialização do KDE 3.1. Espere até aparecer a janela Bem-vindo ao Mandrake, feche esta janela.

CRIANDO UM ARQUIVO DE DADOS

1. Na régua horizontal na parte inferior do vídeo clique no primeiro ícone, correspondente ao **start application**.
2. Na caixa de dialogo que se segue selecione **application; editors; Kwrite (text editor***)*. Aparece a janela do editor de texto com o cursor na primeira linha.
3. Entre com os dados em quatro colunas: x, y, Δx, Δy, separadas por tabulação. Digite os dados usando ponto e não vírgula. Exemplo: 1.23 e não 1,23. Digite linha por linha e dê **enter** a cada final de linha, **inclusive na última linha**.
   Observação: Se não quiser incluir os erros, entre com os dados em duas colunas: x, y.
4. Para salvar os dados, clique em **File** na régua horizontal superior do editor de texto. Escolha a opção **Salve**, e salve o arquivo colocando um nome e extensão **.dat** (exemplo: gráfico1.dat).
5. Feche ou minimize a janela do editor de texto.

FAZENDO UM GRÁFICO NO GRACE

Para iniciar o programa e abrir a janela principal

1. Clique no primeiro ícone, correspondente ao **start application**, na régua horizontal na parte inferior do vídeo.
2. Na caixa de dialogo que se segue selecione **application;Sciences;other;grace**. Aparece no vídeo a janela principal do GRACE.

Para ler os dados da tabela criada anteriormente

1. Clique em **Data**, na régua horizontal superior, escolha a opção **Import** e em seguida, escolha a opção **ASCII**.
2. Na janela que se abre a seguir, na caixa de diálogo **Files**, ao lado de Directories, procure e selecione o arquivo **. dat** criado anteriormente.
   - Caso o arquivo não tenha sido encontrado acrescente na caixa de diálogo **Selection** o nome correto do arquivo. Exemplo: ..Documents/gráfico1.dat
3. Na caixa de diálogo **Set type**, escolha o tipo de gráfico: para o gráfico com barras de erro selecione **XYDXDY**, para duas colunas, selecione **XY**.
4. Clique no botão **OK**.
5. **Feche** a janela.

O gráfico que aparece na tela do computador pode mostrar: os dados experimentais representados por símbolos, pelas barras de erro, uma linha que une os pontos dois a dois. A aparência do gráfico deve ser melhorada para mostrar apenas as barras de erros representando os dados e uma reta que representa o melhor ajuste dos dados experimentais feito pela regressão linear. Retira-se, então, os símbolos dos pontos e a linha. Faz-se a regressão. Ajusta-se as escalas, inclue-se título e legendas nos eixos, para que o gráfico fique com a aparência dos gráficos encontrados em trabalhos científicos. Faça isso seguindo as instruções:

Para melhorar a aparência do gráfico

1. Dê um clique duplo no campo do gráfico que se deseja melhorar. Por exemplo, para **incluir legendas** nos eixos, dê um clique duplo sobre um eixo. Com isso, abre-se uma janela contendo várias pastas. Na pasta **Main**, preencha o campo correspondente para a legenda e clique no botão **apply**. Para incluir legenda no outro eixo, clique no botão que indica o eixo em consideração e selecione o outro eixo.
2. **Para alterar o tipo de ponto ou de linha**, dê um clique duplo sobre a linha do gráfico ou sobre um ponto específico. Com isso abre-se uma janela com várias pastas. Na pasta **Main,** escolha o tipo de ponto, no campo **Symbol properties**. No campo **Line properties**, escolha o tipo de linha.
3. **Para alterar as barras de erros,** dê um clique duplo sobre um ponto, e na janela que se abre, selecione a pasta **Error bars.**
4. **Para mudar a escala de linear para logarítmica e vice-versa**, clique sobre a escala, e na janela que se abre, mude a opção de escala.
5. **Para incluir um título**, dê um clique duplo na parte superior do gráfico e na janela que se abre, na pasta Main, preencha o campo Title e se desejar o campo Sbtitle.

Para fazer a regressão linear (ou outra)

1. Clique em **Data** na régua horizontal superior
2. Nas opções que se abrem, escolha **Transformations**, e nas novas opções escolha **Regression**.
3. Na caixa de diálogo da nova janela, selecione o arquivo ou conjunto de dados.
4. Escolha o tipo de regressão desejada, clicando no botão **Type to fit.**
5. Clique no botão **Accept**.
6. Os parâmetros ajustados, são abertos na janela **console,** que você pode salvar em um arquivo, clicando a tecla **save.** Esta mesma janela, **console**, pode ser aberta clicando em **windows** na barra horizontal superior, e em seguida em **console.**
7. Em geral, os valores dos parâmetros aparecem com vários algarismos. Use a barra de rolamento à direita na janela console para encontrar o erro associado à determinação de cada parâmetro. E assim, definir o número de algarismos significativos.
   Exemplo: Regression Constant (Intercept) = 3.977143
   Standard error of Constant = 0.02643694
   Significa que a incerteza estimada para o ponto de corte é ± 0,03 e o valor deve ser registrado como 3,98.
8. Copie a equação como subtítulo do gráfico.

Para salvar o seu trabalho

1. Clique em **File**; **Save as**;
2. No campo **Selection** da janela Grace: Save Project, digite o nome do arquivo que conterá o seu trabalho. Ao salvar um arquivo inclua a extensão .agr após o nome do mesmo pois esta é a extensão que o G*race* reconhece.
3. Clique OK.

Para imprimir o seu trabalho

1. Clique em **File; Print**.

Encerre a sessão, fechando todas as janelas abertas; Clique no ícone **start applications**, selecione **Logout** e dê ok.

ROTEIRO DO EXPERIMENTO E ESTRUTURA DO RELATÓRIO

1. Objetivos

Construir e analisar gráficos no computador utilizando o programa GRACE.

2. Material Utilizado

Computadores com sistema operacional Linux, editor de texto Kwrite e programa GRACE.

3. Procedimentos, Dados e Análises Experimentais

As atividades a serem desenvolvidas serão baseadas nas medidas efetuadas no experimento II. Portanto, registre como dados experimentais a tabela 3 com os dados de posição e velocidade instantânea em função do tempo. Você vai precisar também da medida do sen θ, o ângulo de inclinação da pista. Siga passo a passo, as etapas da análise gráfica apresentada a seguir. Consulte o texto referência rápida do Grace para instruções mais detalhadas sobre o uso do programa .

Etapa 1: (gráfico v versus t)

1) No editor de texto, crie um arquivo com os dados de velocidade e tempo com as colunas na seqüência t, v, Δt, Δv.
2) Abra o arquivo no Grace e melhore a aparência do gráfico de velocidade versus tempo. Faça e regressão linear. Anote a equação que resulta do ajuste. Salve o gráfico e imprima para anexar na ata. Faça as análises: Qual o valor e o significado físico do ponto de corte? Qual o valor e o significado físico da inclinação? A equação obtida é a mesma do experimento II? Determine o valor de g usando os dados da regressão e compare com o obtido no experimento II. Justifique as possíveis diferenças.

Etapa 2: (gráfico x vs t)

3) Esconda o gráfico anterior. Clique em **Main: Data/ Data set operations**, na janela que se abre, selecione o conjunto de dados a serem escondidos, clique no botão da esquerda do mouse e na lista que se abre, clique em **Hide.** Algumas vezes este comando não funciona bem, então, a melhor opção é fechar o GRACE antes de iniciar outro trabalho.
4) No editor de texto modifique o primeiro arquivo de dados, retirando as colunas dos erros de v e t e acrescentando uma coluna com as posições. Salve este arquivo com outro nome.
5) Use o arquivo modificado para abrir o gráfico de posição versus tempo. Como agora a tabela tem três colunas, para lê-la no GRACE clique em **data; Import; ASCII** e na janela que se abre, selecione o arquivo desejado na caixa de diálogo Files, clique no botão à esquerda, dentro da janela com os dizeres **single set** sobre o botão (e load as: ao lado do botão). Com isso, abrem-se algumas opções. Escolha a opção **block data** no lugar de single set. Por fim, clique **OK**. Deve se abrir novas opções, solicitando o tipo de gráfico. Agora, escolha a opção **XY, clicando no botão correspondente** e selecione as colunas correspondentes aos eixos **X e Y**, clicando nos botões abaixo.
6) Melhore a aparência do gráfico. Faça o ajuste com a função potência $x = a\, t^{n}$. Anote a equação que resulta do ajuste. Tente também o ajuste com a função quadrática. Anote a equação. Compare os valores dos parâmetros obtidos nos dois ajustes. Atribua significado físico a cada um dos parâmetros e decida qual dos dois representa o melhor ajuste. Salve o gráfico com o melhor ajuste e imprima para anexar na ata.

Etapa 3:(gráfico x vs t em escala log-log)

7) Retome o gráfico de posição versus tempo, sem as curvas que representam os ajustes tentados no item 6. Faça a mudança de escala dos eixos de linear para logarítmica.

Depois de mudar as escalas, clique no botão **A_s** , ao lado do gráfico, para fazer ajuste automático da escala e melhorar a visualização. Salve este gráfico (a).

8) Faça a regressão linear. Salve este gráfico (b). Você obteve o que esperava? Mude novamente as escalas dos eixos para linear e veja a curva correspondente aos pontos experimentais e a curva correspondente à regressão linear. O que acontece? Que conclusão você pode tirar? Esconda este gráfico.
9) Abra o gráfico (a) e faça um ajuste com a função potência $x = a\ t^{n}$. Que curva você visualiza neste gráfico com escalas logarítmicas? Por quê? Salve este gráfico (c). Tente um ajuste por polinômio de grau 3 ou 4. O importante aqui é verificar se os resultados correspondem aos que você esperava. Veja os valores dos coeficientes e discuta com seus colegas se são razoáveis. Tente um ajuste por uma função exponencial. O que você observa visualmente? Você deve ter percebido que a curva correspondente à regressão linear, quando apresentada em gráfico com as duas escalas logarítmicas, não é uma reta, (a menos que o coeficiente linear seja zero), mas a curva correspondente ao ajuste por funções potência, quadrática, ou polinomiais são visualizadas como retas em gráficos com as duas escalas logarítmicas.
10) Decida qual o melhor ajuste. Atribua significado físico a cada um dos parâmetros da função ajustada. Salve e imprima o gráfico com o melhor ajuste para anexar a sua ata.
11) A equação obtida é a mesma da etapa correspondente no experimento II? Determine o valor de g usando os dados da regressão e compare com o obtido no experimento II. Justifique as possíveis diferenças.

Etapa 4:(gráfico v^2 vs x)

12) Esconda o gráfico anterior.
13) Retome o segundo arquivo para abrir o gráfico de velocidade versus posição no GRACE.
14) Siga as instruções na seção **como manipular um conjunto de dados no texto Resumo de comandos** para transformar v (no eixo y) em v^2. Lembre-se que a função y^2 no GRACE é tratada como y^2.
15) Se você obteve a curva esperada, melhore a aparência do gráfico colocando título e legendas nos eixos.
16) Faça a regressão linear. Salve o gráfico e imprima para anexar na ata. Faça as análises: Qual o valor e o significado físico do ponto de corte? Qual o valor e o significado físico da inclinação? A equação obtida é a mesma da etapa correspondente do experimento II? Determine o valor de g usando os dados da regressão e compare com o obtido no experimento II. Justifique as possíveis diferenças.

Etapa 5: (gráficos v vs t e x vs t)

17) Mate todos os dados anteriores antes de prosseguir (clique em **Main:Data/Data set operations**, na janela que se abre, selecione o conjunto de dados, clique no botão da esquerda do mouse e na lista que se abre, clique em **kill data**).
18) Retome a tabela criada na etapa 2, para ler a tabela com três colunas (clique Data; Import; ASCII e na janela que se abre, selecione o arquivo desejado na caixa de diálogos Files), clique no botão (à esquerda, dentro da janela), com os dizeres **single set** sobre o botão (e load as: ao lado do botão). Com isso, abre-se algumas opções. Escolha

a opção **NXY** no lugar de single set. Por fim, clique **OK**. Você consegue ver os dois gráficos **(x vs t e v vs t**) que representam um movimento uniformemente acelerado simultaneamente? Salve este gráfico e imprima para anexar ao seu relatório.

4. Conclusão

Faça sua conclusão tendo em vista os experimentos II e III.

EXPERIMENTO IV – FORÇA DE ATRITO

Introdução

O atrito surge sempre que as superfícies de dois corpos deslizam-se ou tendem a deslizar uma sobre a outra. O valor da força de atrito depende, da natureza e das condições das duas superfícies envolvidas.

O atrito também está presente quando um corpo desloca-se em um meio fluido. Esse é o caso de um carro em movimento onde o atrito aparece como sendo a resistência que o ar oferece a esse movimento. A força de atrito em fluidos é mais complexa de ser obtida visto depender da velocidade e da forma do corpo em movimento.

Neste experimento você estudará apenas o atrito de deslizamento existente entre superfícies de corpos sólidos.

Você já deve ter visto em alguma etapa da sua formação escolar a afirmação de que a força de atrito entre duas superfícies é proporcional à força normal, ou dito de outra maneira: $F_{atrito} = \mu N$, onde μ é a constante de proporcionalidade conhecida como coeficiente de atrito. Faremos um gráfico de F versus N para verificar se F e N são de fato diretamente proporcionais, e depois investigaremos se μ depende da qualidade das superfícies em contato.

PRÉ-RELATÓRIO

Procure desenvolver as questões abaixo estudando um texto sobre força de atrito.

1) Faça um diagrama das forças que agem sobre o corpo na situação abaixo, considerando que existe atrito entre as superfícies.



Figura 1. Corpo num plano horizontal sob ação de uma força **F.**

- Descreva o que você espera que aconteça quando lentamente começa a puxar o bloco sobre a superfície, aumentando gradativamente o valor da força F (a partir de F=0).
- A força de atrito estática F_e (ou seja, aquela que se desenvolve quando o corpo está em repouso relativo à superfície de contato) é sempre igual a $\mu_e N$?
- A força de atrito dinâmica F_d é sempre igual a $\mu_d N$?

2) Faça um diagrama das forças que agem sobre o corpo no plano inclinado com atrito, na situação abaixo.

- Mostre que se o corpo na figura estiver em repouso, o coeficiente de atrito estático satisfaz a condição $\mu_e \geq \tan\theta$.
- Mostre que se o corpo estiver descendo com velocidade constante, o coeficiente de atrito dinâmico é $\mu_d = \tan\theta$.

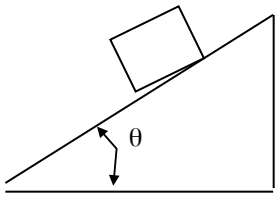


Figura 2. Corpo num plano inclinado.

3) Descreva um procedimento simples para determinar operacionalmente os coeficientes de atrito estático e dinâmico no caso de um corpo sobre um plano inclinado.

Leia com atenção o roteiro do experimento IV. Defina os objetivos do experimento. Enumere as atividades que vai desenvolver, listando-as numa seqüência lógica.

ROTEIRO DO EXPERIMENTO E ESTRUTURA DO RELATÓRIO

1.Objetivos

Verificar se a relação existente entre a força de atrito e a força normal é de proporcionalidade, e então, determinar o coeficiente de atrito entre as superfícies de alguns corpos sólidos. Identificar a diferença entre a força de atrito estática e a força de atrito dinâmica.

2. Material utilizado

i) Plano inclinado
ii) Dinamômetro com precisão de 0,05N;
iii) Blocos de madeira e bloco de aço;
iv) Balança digital com precisão 0,1g.

3. Procedimentos, Dados e Análises Experimentais

Primeira etapa: Determinar a força de atrito puxando um bloco sobre o plano horizontal, paralelamente à superfície, com um dinamômetro. A força de atrito estática corresponde à leitura no dinamômetro enquanto o bloco estiver em repouso. A força de atrito dinâmica corresponde à leitura no dinamômetro quando o bloco é arrastado sobre a superfície com velocidade constante (MRU).

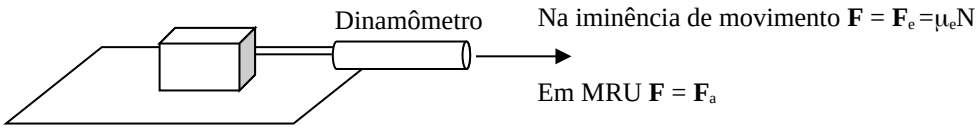


Figura 3. Bloco num plano horizontal.

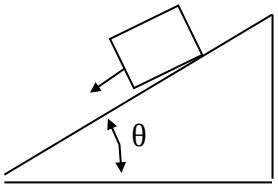
Para verificar a relação entre a força de atrito e a normal, medir a força de atrito para diferentes normais. A normal é variada acrescentado-se blocos de pesos conhecidos sobre o primeiro bloco.

Os pesos dos blocos são determinados suspendendo-os na vertical com o dinamômetro.

Para cada normal escolhida repetir o procedimento de medir a força de atrito como descrito anteriormente pelo menos dez vezes.

Traçar um gráfico da força de atrito em função da normal para a situação de atrito estático e outro para a situação de atrito dinâmico. A partir da análise dos gráficos determinar a relação entre a força de atrito e a normal e depois os coeficientes de atrito estático e dinâmico.

Segunda etapa: O coeficiente de atrito estático é determinado inclinando-se lentamente o plano até que o bloco entre em iminência de movimento. A tangente deste ângulo corresponde ao coeficiente de atrito estático (Figura 4.).



$\mu_e = tg\ \theta$

Figura 4. Bloco num plano vertical.

Determine o coeficiente de atrito estático para o bloco de madeira e depois para o bloco de alumínio utilizando este método. Repetir o procedimento pelo menos dez vezes para cada bloco. Use o bloco identificado com o dígito 4 conforme tabela 1.1 abaixo.

Sugestão para o registro dos dados

1ª Etapa

Tabela 1.1: Pesos dos blocos:

Identificação do bloco	Peso (N)
1	
2	
3	
4	

Tabela 1.2: Valores da normal obtida pela combinação de blocos

Combinação de blocos	Normal (N)
4	
4+3	
4+3+2	
4+3+2+1	
4+2	
4+2+1	
4+3+1	
4+1	

- Informe qual foi a regra utilizada para a determinação de erro.

Tabela 1.3: Força de atrito estática em função da normal

Normal(N)	Força (N)										
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	….	F_{med}	ΔF_{ale}	ΔF

- Informe qual foi a fórmula utilizada para cálculo do erro aleatório.

Tabela 1.4 : Força de atrito dinâmica em função da normal

Normal(N)	Força (N)										
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	….	F_{med}	ΔF_{ale}	ΔF

2ª Etapa

Tabela 2.1: Ângulo de inclinação mínima do plano para o bloco de madeira deslizar

Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	.....	Θ_n	Θ_{med}	$\Delta\Theta_{ale}$	$\Delta\Theta$

Θ =

Tabela 2.2: Ângulo de inclinação mínima do plano para o bloco metálico deslizar

Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	.....	Θ_n	Θ_{med}	$\Delta\Theta_{ale}$	$\Delta\Theta$

Θ =

Sugestão para conduzir a análise de dados

3.1.Construa o gráfico de força de atrito estática versus a normal.

3.2.Analise o primeiro gráfico procurando responder as seguintes questões: *O gráfico de força de atrito versus a normal é uma reta que passa pela origem? A forma geral da equação que relaciona as variáveis é do tipo F = A + BN ou é do tipo F = B N? Quais os valores e o significado físico das constantes A e B ? Qual a equação obtida experimentalmente? Pode-se afirmar que a força de atrito é diretamente proporcional à normal?*
3.3. Construa o gráfico de força de atrito dinâmica versus a normal.
3.4. Faça a análise do segundo gráfico tal como foi feito para o primeiro.
3.5. Compare os dois gráficos: *As retas têm inclinações diferentes? Qual o significado desta diferença?*
3.6. Encere esta etapa da análise dizendo quais foram os valores encontrados para os coeficientes de atrito estático e dinâmico.
3.7.Calcule os coeficientes de atrito estático entre as superfícies i) para o bloco de madeira e ii) para o bloco metálico, use a relação μ_e = tg Θ. Compare os valores obtidos. *Os coeficientes de atrito são diferentes? Qual o significado da diferença?*
3.8.Compare as duas determinações do coeficiente de atrito estático para o bloco de madeira (o da 1ª etapa com o da 2ª etapa). *Qual você considera a melhor determinação? Por que?*

4. CONCLUSÃO

Conclua comparando os dois métodos utilizados e seus resultados. E compare, comentando, se os resultados obtidos com os procedimentos experimentais estão de acordo com a teoria estabelecida.

Observação referente ao ítem 3.7: o erro da tangente não é a tangente do erro. Sugiro que faça uma estimativa do erro máximo da seguinte maneira: considere como exemplo Θ = 20,9 ± 0,4 a) determine a tangente do valor máximo de Θ (0,390), b) determine a tangente do valor mínimo de Θ (0,374), c) o intervalo de valores prováveis é determinado pela diferença entre estes dois (0,016), d) e o erro será a metade deste intervalo (0,016/2=0,008). Desta forma: $\mu_e = 0{,}382 \pm 0{,}008$.

Este procedimento pode e deve ser aplicado a outras funções tais como seno, co-seno, logaritmo, exponencial, etc, quando oportuno durante este curso.

EXPERIÊNCIA V – COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Introdução

Neste experimento você estudará a colisão do corpo em forma de Y invertido, movendo-se sobre o trilho de ar inclinado, usado no Experimento II, com uma mola existente na parte inferior do trilho de ar. E deverá caracterizar a colisão observando o que acontece antes, durante e após a colisão.

Em Física, o conceito de colisão é mais abrangente do que o simples choque entre dois sólidos. De fato, colisão pode ser pensada como qualquer interação entre dois corpos em movimento relativo. Em conseqüência, o tópico "colisões" estende-se, praticamente, a todas as áreas da Física. Nele, incluem-se tanto o choque entre bolas de bilhar, como a colisão de nêutrons com um núcleo atômico visando à liberação de energia, ou, a colisão de um fóton (luz) com átomos de um cristal para estudo das propriedades vibracionais do cristal. Em verdade, todo o nosso conhecimento do mundo subatômico vem de experimentos em que se joga o "jogo da colisão", cujo principal objetivo é descobrir o que for possível sobre as forças que agem durante a colisão, sabendo o estado das partículas tanto antes quanto depois da colisão. As regras do jogo da colisão são as leis de conservação de momento linear, momento angular e energia.

As colisões são normalmente classificadas entre elásticas e inelásticas, dependendo da perda de Energia Mecânica no processo. Se não há perda durante a colisão, esta é dita perfeitamente elástica e, neste caso, o módulo da velocidade relativa das partes que colidem se mantém após a colisão. No extremo oposto, a colisão é chamada de perfeitamente inelástica e, neste caso, as partes que colidem se juntam e, conseqüentemente, a velocidade relativa após a colisão é zero. As colisões ocorrem com diversos graus de elasticidade, dependendo do caso específico. Com a finalidade de classificar quão elástica é uma colisão, definimos o ***coeficiente de restituição*** como sendo:

$$\varepsilon = \frac{v}{v'}$$

Onde v' e v são, respectivamente, os módulos das velocidades relativas antes e após a colisão. Assim, numa colisão perfeitamente elástica $\varepsilon = 1$, e numa colisão perfeitamente inelástica $\varepsilon = 0$.

Aproveitaremos o experimento, também, para estudar um exemplo de decaimento exponencial, caracterizado por uma relação do tipo $Y = C\, e^{-nX}$ que representa muitos fenômenos físicos. E introduziremos como ferramenta de análise da função exponencial um gráfico do tipo mono-log (ou semi-log).

PRÉ-RELATÓRIO

Estude um texto sobre colisões e procure desenvolver as questões abaixo:

1) Considere um corpo solto de uma altura h sobre um plano inclinado, sem atrito, que se desloca até o final do plano. Mostre, usando o princípio da conservação de energia, que a velocidade do corpo no final do plano é dada por $v_f = \sqrt{2gh}$.
2) Considere, agora, que o corpo solto de uma altura h colide na extremidade inferior do plano, e retorna até uma altura h'. Sabendo que o coeficiente de restituição ε em uma colisão é definido como a razão entre as velocidades relativas depois e antes da colisão, mostre que $\varepsilon = \sqrt{h'/h}$.
3) Mostre que no plano inclinado a altura h pode ser expressa em termos da distância percorrida (X) ao longo do plano , e que o coeficiente de restituição pode, então, ser determinado como $\varepsilon = \sqrt{X'/X}$.
4) Faça uma análise do que pode estar ocorrendo fisicamente, especialmente com relação à conservação de energia, durante colisões com os seguintes coeficientes de restituição:
   a) ε = 1
   b) ε < 1
   c) ε > 1
   d) ε = 0

Leia com atenção o roteiro do experimento V. Defina os objetivos do experimento. Enumere as atividades que você vai desenvolver, listando-as numa seqüência lógica.

ROTEIRO DO EXPERIMENTO E ESTRUTURA DO RELATÓRIO

1. OBJETIVOS

Medir o coeficiente de restituição numa colisão e verificar se há perda de energia mecânica no processo. Estudar um exemplo de decaimento exponencial fazendo uma análise gráfica do tipo mono-log.

2. MATERIAL UTILIZADO

i) Trilho de ar com escala graduada ao longo do comprimento e mola amortecedora em uma das extremidades;
ii) Tubo de ensaio preso ao corpo que desliza sobre o trilho;
iii) Cilindro metálico para inclinar o trilho;
iv) Balança digital;
v) Água, em diversos volume no tubo de ensaio.

3. PROCEDIMENTOS, DADOS E ANÁLISES EXPERIMENTAIS

O procedimento consiste basicamente em soltar o corpo de uma posição ao longo do trilho e registrar a posição para a qual ele retorna. O coeficiente de restituição é determinado a partir destas duas medidas e assim fica caracterizado o tipo de colisão. Se a mola não introduz perdas na energia mecânica o coeficiente de restituição do corpo com tubo vazio deve ser igual a 1 (um). No entanto, o comportamento da mola na base do trilho pode influenciar os resultados no seguinte aspecto: se o peso do corpo for muito grande ou se o carro for lançado de uma altura h muito grande a mola poderá ser comprimida além do seu limite de elasticidade ideal, não sendo capaz de reimpulsionar o carro com a mesma eficiência. Para facilitar as análises dividiu-se o procedimento em três etapas:

1ª Etapa

Para verificar se o comportamento elástico da mola é alterado durante o experimento, assim influenciando no resultado, faça as seguintes medidas:

Com a pista inclinada, solte o corpo de uma determinada posição e anote a distância que ele alcança após o choque com o batente. Repita ao menos cinco vezes para a mesma posição. E depois repita o procedimento variando a posição em que o corpo é solto ao longo de toda a pista. Calcule o coeficiente de restituição para cada posição.

Faça um gráfico do coeficiente de restituição em função da distância que o corpo é solto. Determine (se houver) a distância máxima em que o corpo pode ser solto sem que o comportamento da mola influencie os resultados.

Obs.: Os gráficos e análises subseqüentes definitivas devem ser feitas após as tomadas de dados em todas as etapas. Breves análises durante a tomada de dados devem ser feitas com o intuito de observar o bom comportamento dos dados.

Nas etapas seguintes a distância máxima de onde deve ser solto o corpo não deve ultrapassar os 50 cm. Assim procura-se evitar a perda de elasticidade da mola.

2ª Etapa

Para determinar o coeficiente de restituição em função do volume de água no tubo, solte o corpo sempre da mesma posição, escolhida dentro dos limites de distância em que a mola responde linearmente. Anote a posição para a qual ele retorna após a colisão, para cada uma dos seguintes volumes: tubo vazio, tubo com ¼, ½, ¾ e o tubo cheio de água. Para ajudar na sua análise observe o comportamento da água no interior do tubo no momento da colisão.

Faça o gráfico do coeficiente de restituição em função da quantidade de água.

3ª Etapa

Para mostrar que a distância que o corpo atinge após sucessivas colisões decai exponencialmente, realize uma seqüência de medidas, com o tubo vazio, da seguinte maneira:

a) Escolha um ponto inicial X_0 para soltar o corpo(dentro da faixa de linearidade da mola);
b) Solte o corpo que irá colidir e retornar à posição X_1, anote este dado.
c) Em seguida, coloque o corpo nesta última posição X_1 e solte novamente. Após a colisão, ele atingirá uma nova posição X_2, anote a posição X_2.
d) Solte o corpo da posição X_2, anote a posição X_3 para a qual ele retorna. Repita o processo até que a posição X_{10} seja registrada.

Faça um gráfico em papel milimetrado da posição atingida versus o número da colisão (n).

Faça um gráfico em papel mono-log da posição X_n (em escala logarítmica) versus o número da colisão (em escala linear).

Repita o procedimento acima com o tubo de ensaio preenchido até a metade e, depois, com ele totalmente cheio.

Faça os gráficos dos três casos no mesmo papel. Observe o que acontece com a inclinação das retas obtidas ao se variar a quantidade de água no tubo. As mais inclinadas correspondem a coeficientes maiores ou menores?

Sugestão para o registro de dados experimentais

1ª Etapa - Definição da região de linearidade da mola

Tabela 1.: Para o tubo vazio. Volume = 0 V

X (cm)	X'(cm)	X'(cm)	X'(cm)	X' (cm)	M_{ed}(cm)	$\varepsilon = \sqrt{x'/x}$	$\Delta\varepsilon$
20,00							
30,00							
40,00							
.....							
90,00							
100,00							
110,00							

Obs.: i) $\Delta\varepsilon = \Delta[(X'/ X)^{1/2}] = ½ (X'/ X)^{-1/2} [(X \Delta X' + X'\Delta X) / X^2]$

ii) A unidade V é o volume da água para o tubo.cheio.

Tabela 2.: Para o tubo cheio. Volume = 1 V

X (cm)	X'(cm)	X'(cm)	X'(cm)	X' (cm)	X_{med}(cm)	$\varepsilon = \sqrt{x'/x}$	$\Delta\varepsilon$
20,00							
30,00							
40,00							
.....							
90,00							
100,00							
110,00							

Fazer os dois gráficos de ε versus x no mesmo papel milimetrado.

Fazer a análise do gráfico e determinar a distância a partir da qual a mola não responde linearmente.

2ª Etapa - Relação entre o volume de água e o coeficiente de restituição

Tabela 3: Colisões com diferentes quantidades de água no carrinho. Na primeira coluna apresenta-se o volume de água no tubo na unidade V. Na última tem-se os coeficientes de restituição ε.

Água(V)	X(cm)	X'(cm)	X'(cm)	X'(cm)	X'(cm)	X'(cm)	X'_{med}	ε±Δε
0,0								
¼								
½								
¾								
1								

Fazer o gráfico do ε versus a quantidade de água, em papel milimetrado.

3ª Etapa – Decaimento da altura em colisões sucessivas

Tabela 4.: Apresenta-se o decaimento da altura em colisões sucessivas. Considera-se três quantidades de água distintas.

Posição	Tubo vazio	Tubo ½ cheio	Tubo cheio
X0			
X1			
X2			
X3			
X4			
X5			
X6			
X7			
X8			
X9			
X10			

Fazer os gráficos de Xn versus n para o tubo vazio em papel milimetrado.

Fazer os três gráficos de Xn versus n em papel mono-log.

Sugestões para condução da análise.

1. Se a mola responde linearmente, o coeficiente de restituição não deve depender da distância em que o carro é solto nem da massa do carro. E neste caso, o gráfico de ε versus X, para as duas massas de água, deve ser uma reta paralela ao eixo X. A partir da posição X, em que o coeficiente de restituição começa a variar com a distância ou com

a massa, a mola deixou de responder linearmente. Analise o gráfico de ε versus X e determine a distância abaixo da qual o comportamento da mola não vai influenciar os resultados.

2. O gráfico de coeficiente de restituição em função do volume de água deve ser simétrico. Isto é, o coeficiente de restituição do corpo com o tubo vazio deve ser igual ao do corpo com o tubo completamente cheio, o mesmo deve acontecer com o tubo com ¼ de água e ¾ de água. Isto mostra que o coeficiente de restituição não depende propriamente da massa de água, mas do movimento da água dentro do tubo que depende do volume. Procure analisar isto em termos de conservação de energia.
3. O formato da curva obtida no gráfico de X_n versus n deve sugerir um decaimento exponencial do tipo $Xn = X_0 e^{-a n}$. O mesmo comportamento é esperado para os dados obtidos com os outros volumes de água, por isso não é necessário fazer os outros dois gráficos.
4. Faz-se então o gráfico mono-log de X_n versus n para linearizar a função e determinar os valores dos parâmetros X_0 e a. Neste procedimento estamos particularmente interessados na determinação do parâmetro a, que está associado ao coeficiente angular da reta no gráfico mono-log. Faça os três gráficos de X_n versus n no mesmo papel mono-log. Observe o que acontece com a inclinação das retas obtidas ao se variar a quantidade de água no tubo. Determine o coeficiente angular de cada reta.
5. Qual o significado da inclinação da reta no gráfico mono-log ?
   Faça a seguinte analise: $X_n / X_0 = e^{-a n}$, em particular, para n=1 $X_1 / X_0 = e^{-a}$.
   Por outro lado, da definição de coeficiente de restituição $\varepsilon^2 = X_1 / X_0$ e então $\varepsilon^2 = e^{-a}$.
   Portanto, o coeficiente de restituição pode ser determinado como $\varepsilon = e^{-a/2}$. As retas mais inclinadas correspondem a coeficientes maiores ou menores?
6. Determine o coeficiente de restituição a partir do gráfico para cada um dos casos.

4. CONCLUSÃO

4

5 Faça considerações gerais sobre os resultados obtidos.

EXPERIMENTO VI – CONSERVAÇÃO DO MOMENTO LINEAR

Introdução

A elaboração de teorias capazes de descrever fenômenos físicos é um processo longo e complicado, normalmente envolvendo várias etapas de proposição e de testes experimentais de diferentes hipóteses sobre o fenômeno analisado. Nesse processo é comum procurar quantidades que se mantêm constantes, uma vez que através delas pode-se obter relações entre as várias quantidades que determinam o fenômeno. Em sistemas isolados, ou seja, naqueles sobre os quais não ocorre ação de forças externas, observa-se que duas quantidades se conservam: a energia total do sistema, e o momento linear. Em um processo de colisão entre dois corpos (se o sistema formado por estes é um sistema isolado) a lei da conservação do momento linear traduz-se na seguinte expressão:

$$\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_1' + \mathbf{P}_2' \qquad (1)$$

Onde $\mathbf{P}_1$ e $\mathbf{P}_2$ são os momentos lineares dos corpos antes da colisão, e $\mathbf{P}_1$' e $\mathbf{P}_2$' são os momentos lineares após a colisão. Esta é uma equação de natureza vetorial e, portanto, equivalente a três equações escalares correspondentes à conservação do momento linear em três direções perpendiculares x, y e z. Se o sistema não é isolado, dependendo da direção das forças externas que agem sobre o sistema, o momento linear pode ser conservado em uma ou duas direções, mas não em todas, ou melhor, o momento se conserva nas direções perpendiculares à força resultante.

Neste experimento você terá a oportunidade de analisar a conservação do momento linear numa colisão bidimensional não frontal, utilizando regras de operação com grandezas vetoriais como: soma de vetores utilizando a regra do paralelogramo e decomposição vetorial.

PRÉ RELATÓRIO

Estude um texto sobre sistemas de partículas e desenvolva as questões abaixo:

1) O vetor posição do centro de massa de um sistema de partículas é definido como a média ponderada do vetor posição de cada partícula que compõe o sistema, sendo a massa da partícula o peso nesta média. Escreva a expressão do vetor posição ($\mathbf{R}_{cm}$) do centro de massa para um sistema de dois corpos.
2) O momento linear total (**P)** de um sistema de partículas é definido como a soma vetorial dos momentos lineares de todas as partículas. Mostre que o momento linear de um sistema de partículas é $\mathbf{P} = M\,\mathbf{v}_{cm}$, onde M é a massa total do sistema e $\mathbf{v}_{cm}$ é o vetor velocidade do centro de massa do sistema.
3) A segunda lei de Newton para um sistema de partículas pode ser escrita na forma $\sum \mathbf{F}_{ext} = d\,\mathbf{P} / dt$. Mostre que, se a soma das forças externas que agem sobre o sistema é zero, o momento linear do sistema se conserva em uma colisão, e o centro de massa do sistema não altera o seu estado de movimento retilíneo uniforme (MRU).

4) Demonstre a relação de conservação do momento linear para a colisão de duas partículas:

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{v}_1' + m_2 \mathbf{v}_2' \qquad (2)$$

onde $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_1'$ e $\mathbf{v}_2'$ são, respectivamente, as velocidades das partículas 1 e 2 antes e após a colisão.

5) Uma esfera rola com velocidade v_1 sobre uma mesa horizontal de altura h. A esfera rola além da beirada da mesa e cai sobre o chão. Mostre que:
   (a) O tempo de queda da esfera só depende da altura da mesa (h) e da aceleração da gravidade (g).
   (b) O alcance da esfera sobre o chão, a partir da beirada da mesa depende da velocidade (v_1) da esfera no instante em que deixa a mesa, da altura da mesa (h) e da gravidade (g).

6) Considere que a esfera de massa m_1, que rola sobre a mesa com velocidade v_1, colide com uma segunda esfera de massa m_2 que está em repouso na beirada da mesa, e ambas caem no chão. Mostre que a equação (1) pode ser rescrita em função do alcance de cada esfera como:

$$m_1 \mathbf{r}_1 = m_1 \mathbf{r}_1' + m_2 \mathbf{r}_2' \qquad (3)$$

onde $\mathbf{r}_1$ é o alcance da primeira esfera se não houvesse colisão, $\mathbf{r}_1'$ e $\mathbf{r}_2'$ são os alcances das duas esferas após a colisão.

Leia com atenção o roteiro do experimento VI. Defina os objetivos do experimento. Enumere as atividades que você vai desenvolver, listando-as numa seqüência lógica.

ROTEIRO DO EXPERIMENTO E ESTRUTURA DO RELATÓRIO

1. OBJETIVOS

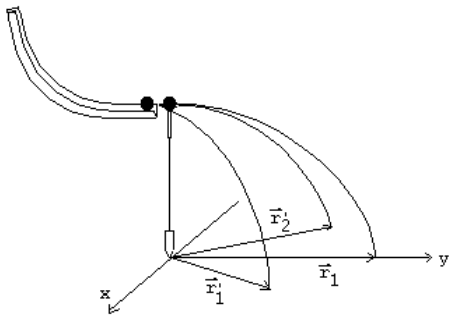
Verificar se há conservação do momento linear em uma colisão bidimensional não frontal entre duas esferas.

2. MATERIAL UTILIZADO

Esferas de aço e de plástico;
Trilho curvo com parafuso ajustável e fio de prumo na base;
Papel jornal;
Papel carbono;
Régua milímetrada, esquadro.

3. PROCEDIMENTOS, DADOS E ANÁLISES EXPERIMENTAIS

Você dispõe de duas esferas, uma de plástico e uma de aço, que serão usadas na colisão. Um trilho curvo será utilizado para imprimir uma velocidade inicial a esfera de aço soltando-a de uma altura h. Na base do trilho deve ser posicionada sobre um parafuso regulável a esfera de plástico. O parafuso deve ser usado para alinhar a altura do centro da esfera alvo com o da esfera incidente. Ele também permite que se coloque a esfera alvo numa posição oblíqua para evitar o choque frontal. A figura abaixo ilustra a montagem experimental.



A lei de conservação do momento aplicada a esta colisão estabelece que no plano horizontal

$$m_1 \mathbf{v_1} = m_1 \mathbf{v_1}' + m_2 \mathbf{v_2}' \qquad (4)$$

Neste plano o movimento das esferas é uniforme, e os vetores velocidade podem ser determinados pelos alcances das esferas (**r**) e os tempos de queda (**t**) da base do trilho até o chão, **V = r / t.** Como o tempo de queda só depende da altura e do valor de g, é, portanto, o mesmo para as duas esferas, a equação de conservação do momento pode ser rescrita como:

$$m_1 \mathbf{r_1} = m_1 \mathbf{r_1}' + m_2 \mathbf{r_2}' \qquad (5)$$

Para verificar esta igualdade experimentalmente devemos medir as massas das esferas e os alcances no plano horizontal.

Para determinar os alcances $\mathbf{r_1}$, $\mathbf{r_1}'$ e $\mathbf{r_2}'$ deve ser fixado no chão uma folha de papel jornal de modo que as esferas caiam sobre ela. Algumas folhas de papel carbono são distribuídas sobre o papel jornal, de modo a registrar as marcas das posições atingidas pelas esferas no papel.

Proceda da seguinte maneira:

1) Com o fio de prumo alinhado com a base do trilho marque a posição do choque projetada no plano horizontal. Este ponto será a origem do plano xy na folha de papel jornal.

2) Sem a presença da esfera alvo, solte a esfera de aço de uma certa altura no trilho. Coloque o papel carbono na posição apropriada para registrar a posição atingida pela esfera. Repita cuidadosamente, várias vezes o processo, soltando a esfera sempre da mesma posição no trilho. As marcas irão se espalhar em torno de uma posição média que ligada por uma reta com a origem irá determinará o vetor $\mathbf{r}_1$. Esta reta também define a direção do eixo y, no plano xy, sendo a direção x perpendicular a esta.

3) Coloque a esfera de plástico no parafuso ajustado para a posição oblíqua e provoque a colisão soltando a esfera de aço da mesma posição que na etapa anterior. Repita várias vezes o processo. As posições médias atingidas pelas esferas de aço e de plástico determinam os vetores médios $\mathbf{r_1'}$ e $\mathbf{r_2'}$. As respectivas barras (ou regiões) de erro são determinadas envolvendo os pontos por círculos e medindo-se o raio.

4) Pese as esferas para determinar as massas de cada uma.

No papel jornal marca-se o eixo y traçando-se uma reta que passa pela origem e pelo ponto médio que determina o vetor $\mathbf{r_1}$. O eixo x passa pela origem e está a 90º do eixo y. Os vetores $\mathbf{r_1, r_1'}$ **e** $\mathbf{r_2'}$ serão retas marcadas da origem aos respectivos pontos médios (centro dos círculos cujos raios determina os erros) marcados no papel.

Faça uma soma vetorial no próprio papel jornal para verificar a conservação do momento linear no plano xy.

No papel jornal encontre os componentes x e y de cada vetor **r** com suas respectivas margens de erro.

Construa em escala, num papel milimetrado, um diagrama que mostre os vetores momento linear (vetores posição multiplicados pelas massas correspondentes) com as respectivas barras de erros. Analise o diagrama em termos dos componentes, faça a soma vetorial, e verifique se houve conservação do momento linear.

Sugestão para o registro de dados experimentais

Massa da esfera de plástico =
Massa da esfera de aço =
Anexar o papel jornal com o esquema dos alcances no plano xy.

Sugestão para a análise de dados

Numa primeira etapa, depois de traçar os eixos x e y e os vetores $\mathbf{r_1, r_1'}$ **e** $\mathbf{r_2'}$ no papel jornal, faz-se uma verificação preliminar da conservação do momento. Em geral, não se tem espaço no papel jornal para verificar a equação na forma (5), mas dividindo-se por m_1, escrever-se a nova relação

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1' + \frac{m_2}{m_1}\mathbf{r}_2' . \qquad (6)$$

como $m_2/m_1 < 1$, o vetor $\mathbf{r_2''} = m_2\,\mathbf{r_2'}/m_1$ é uma fração do vetor $\mathbf{r_2'}$. Desta forma pode-se verificar a equação de conservação do momento na forma (6) somando-se vetorialmente $\mathbf{r_1'}$ e $\mathbf{r_2''}$, e verificando se o vetor resultante da soma é igual a $\mathbf{r_1}$.

Numa segunda etapa, decomponha no papel jornal os vetores $\mathbf{r_1'}$ e $\mathbf{r_2'}$ nas suas componentes r_{1x}', r_{1y}' e r_{2x}', r_{2y}'. Multiplique os componentes pelas massas correspondentes, faça os cálculos de propagação de erros e verifique separadamente cada uma das duas equações escalares correspondentes à conservação do momento linear (5) nas duas direções perpendiculares x e y.

Tabela 1.:

$r_{ij}' \pm \Delta r_{ij}'$	$m_i r_{ij}' \pm \Delta (m_i r_{ij}')$

Verificação da equação (5) na direção x:

_____

Verificação da equação (5) na direção y:

_____

Transporte para um papel milimetrado os dados experimentais, isto é, construa em escala um diagrama que mostre os vetores posição multiplicados pelas massas correspondentes, represente as respectivas barras (ou regiões) de erros . Verifique se você conseguiu mostrar a conservação do momento linear (5) através da adição vetorial (regra do paralelogramo).

3. CONCLUSÃO

Faça comentários gerais sobre o experimento.

TEXTOS DE APOIO

1. MEDIDAS, ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E ERROS

Um dos principais objetivos de qualquer ciência experimental é determinar o valor numérico de uma grandeza. A medida de uma grandeza é obtida, em geral, através de uma experiência, na qual o grau de complexidade do processo (ou ato) de medir está relacionado com a grandeza em questão. Diferentes grandezas serão medidas através de processos de maior ou menor complexidade, mas todas as medidas deverão seguir o mesmo sistema de representação.

1.1. MEDIDAS

Na medição de uma grandeza, é importante que se saiba como a grandeza é definida e quais são os procedimentos para a obtenção do valor numérico. A medida de uma grandeza pode ser feita direta ou indiretamente.

Medidas diretas são feitas quando a grandeza é comparada diretamente com valores padrões. Usa-se para comparação, instrumentos previamente ajustados com o padrão, de modo a indicar resultados numéricos da grandeza. Dependendo do instrumento utilizado esses resultados podem ser fornecidos na forma digital ou analógica. No caso de resultado digital, fornece-se um valor numérico em um mostrador; e no caso de resultado analógico, deve-se fazer a leitura do resultado em uma escala. Exemplo: ao medir a distância entre dois pontos com a régua, comparamos diretamente as distâncias marcadas na régua com a distância entre os dois pontos.

Medidas indiretas são feitas por comparação com grandezas correlacionadas com a grandeza a ser medida. Exemplo: a medida da variação do comprimento da coluna de mercúrio em um termômetro é uma medida indireta da temperatura. Medidas indiretas também são obtidas através de manipulações numéricas, usando fórmulas matemáticas. Exemplo: a densidade de um líquido é determina a partir da medida da massa e do volume.

1.2. ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

O resultado de uma medida deve ser apresentado de forma que qualquer pessoa tenha uma noção da precisão do instrumento utilizado, sem a necessidade que se tenha que escrever no relatório todas as características técnicas da aparelhagem utilizada. Para isso utiliza-se o conceito de algarismos significativos. A regra geral é apresentar a medida com todos os algarismos que não temos dúvidas de leitura e apenas um algarismo estimado, ou duvidoso.

Exemplo 1: Suponha que na leitura em uma régua milimetrada obteve-se o valor 3,25 cm. Os dígitos 3 e 2 são lidos diretamente na escala. O digito 5 não é lido na escala, ele é um número estimado, mas ele tem um significado físico. Este digito indica que o ponto usado na leitura estava entre o segundo e o terceiro traço após a marca na régua indicando 3 centímetros. Não estava, portanto, nem exatamente sobre o segundo traço e nem sobre o terceiro traço, mas sim entre os dois traços. Se o resultado da medida fosse registrado como

3,256 cm estaria incorreto, pois o dígito 6 carece de significado, já que o digito 5 já é estimado.
Exemplo 2: Na leitura da massa numa balança digital obteve-se o valor 16,4 g. O resultado não pode ser escrito como 16,40 g, pois o instrumento nada informa sobre o quarto digito. O resultado tanto poderia ser 16,41 quanto 16,39.

Um fato importante a se destacar é o de que a localização da vírgula nada tem a ver com o número de algarismos significativos. Assim, o resultado de uma medida pode ser escrito como 32,5mm ou 3,25cm ou 0,0325m e apesar da vírgula decimal ter sido deslocada, o número de algarismos significativos são três em cada caso. A presença de zeros em uma certa medida pode causar dificuldades, mas se usarmos a notação científica, esta dificuldade deixa de existir. Assim, no exemplo anterior, se reescrevermos o resultado na forma $3{,}25 \times 10^{-2}$m, fica evidente que temos apenas 3 algarismos significativos. Sem reescrever o resultado para a notação científica, pode-se verificar se os zeros apresentados são significativos ou não, usando as seguintes regras:

(a) Se os zeros se localizam no início de um número (à esquerda no número), isto é, se estão lá apenas para localizar a vírgula, eles não são considerados significativos, como no caso 0,0325m do exemplo anterior, onde existem três algarismos significativos;

(b) Se os zeros se localizam entre dois algarismos significativos, então eles são sempre significativos: por exemplo, se a leitura de um termômetro nos dá 30,8°C, o zero é significativo e este resultado possui, então, três algarismos significativos;

(c) Se os zeros estiverem no final de um número (à direita no número), é necessário que se tenha certo cuidado. Se não temos informações explícitas sobre a leitura feita, não sabemos, a princípio, se é um algarismo significativo ou se está lá apenas para localizar o ponto decimal.

Na determinação de uma dada grandeza, quanto mais precisa for a medida, maior o número de algarismos significativos que aparecem no resultado. Se medirmos uma pequena espessura com uma régua milimetrada, teremos uma leitura com menos algarismos significativos do que a leitura da mesma espessura medida com um micrômetro. Exemplo: a medida da espessura de uma placa feita com uma régua foi 3,25 cm. Mas a mesma medida feita com um micrômetro foi 3,2465 cm.

Ao serem feitas manipulações aritméticas com resultados de medidas, é preciso ter cuidado para não introduzir nas respostas, algarismos não significativos. O número de algarismos significativos que devem ser mantidos no resultado final de uma operação aritmética depende do número de algarismos significativos dos dados experimentais e das operações aritméticas usadas. As regras comumente utilizadas nestas operações são as seguintes:

Adição e Subtração

Regra: antes de efetuar a adição ou a subtração, deve-se arredondar as grandezas para a casa decimal do número com menor precisão.

Exemplo 1:

96 cm		96
7,6 cm	⟶	8
0,32 cm		0
		104

Neste exemplo o resultado 104 cm, apresenta a casa das unidades como estimada, coerente com o fato de o valor 96 possuir o mesmo grau de confiabilidade. Observe que o número de algarismos significativos aumenta em decorrência dos cálculos e não compromete a precisão com que os resultados foram obtidos.

Exemplo 2:

1,93 m	⟶	1,93
1,91 m		1,91
		0,02

Neste exemplo o resultado da subtração 0,02 m deve ser apresentado com apenas um algarismo significativo, embora as duas medidas iniciais possuíssem três algarismos significativos.

Multiplicação e Divisão

Regra: o resultado deve apresentar o mesmo número de algarismos significativos da medida que apresenta o menor número de algarismos significativos.

Exemplo 1:

12,387 N
x 8,23 m
101,94501Nm

Resposta correta:102 J

Exemplo 2:

157,20 m
÷ 39,3 s
4m/s

Resposta correta: 4,00 m/s

Neste exemplo, embora a divisão seja exata, a resposta deve ser dada com três algarismos significativos, coerentemente com a medida que possui o menor número de algarismos significativos.

Arredondamentos

Ao se eliminar algarismos não significativos nas operações aritméticas, as seguintes regras devem ser utilizadas:

(a) se o primeiro algarismo a ser desprezado for maior ou igual a 5, o resultado deve ser acrescido de uma unidade.
Exemplo: 8,34796 torna-se 8,35 se arredondado para três algarismos significativos.

(b) se o primeiro algarismo a ser desprezado for menor do que 5, simplesmente despreza-se este e os algarismos sucessivos.
Exemplo: 7,3623 torna-se 7,362 se arredondado para quatro algarismos significativos.

(c) O critério de arredondamento para algarismos significativos deve ser usado apenas no resultado final. Exemplo: (10,00 / 6,00) x 3,2 = 5,3333 que deve ser escrito como 5,3.

O critério de algarismos significativos é um critério aproximado, empregado para dar uma noção preliminar sobre a confiabilidade do valor numérico do resultado da medida. Formas mais rigorosas para estabelecer a confiabilidade de resultados experimentais são apresentadas a seguir.

1.3. RESULTADO EXPERIMENTAL

O resultado de uma medida, obtido direta ou indiretamente, é constituído por três itens e deve ser escrito como:

$$X = (X \pm \Delta X)\ u. \qquad (1)$$

Onde,

X é um número que representa o valor mais provável ou a melhor estimativa para a medida da grandeza,

ΔX é um número que representa o erro absoluto da medida ou a incerteza na determinação, e tem a função de evidenciar o intervalo de confiabilidade da medida, e u representa a unidade da medida.

A figura 1 abaixo representa um valor experimental:

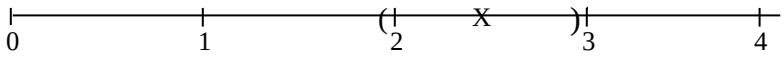


Fig.1 – Nesta figura, X representa a melhor estimativa de uma determinada grandeza. O intervalo assinalado pela região entre parênteses é o intervalo de valores prováveis, e significa que se a medida for realizada mais uma vez, ela tem grande probabilidade de se encontrar neste intervalo. O intervalo de valores prováveis é obtido pelo cálculo do erro absoluto.

Exemplo: o comprimento de um objeto expresso como L= 2,4 ± 0,5 cm, significa que 2,4 é a melhor estimativa, 0,5 é o erro absoluto calculado de acordo com as condições do experimento e significa que a medida do comprimento é confiável dentro dos limites 1,9 e 2,9 cm.

1.4. TIPOS DE ERROS

Em Física, a palavra erro tem um significado bem amplo e não se reduz às falhas cometidas por inabilidade, inexperiência ou distração por parte do experimentador. A tarefa para determinar a incerteza na medida, na prática, não é simples. A maior dificuldade reside no fato de que no processo de medida há uma combinação de inúmeros fatores que influem, de forma decisiva, no seu resultado.

Existem diversas classificações de erros na literatura. Optou-se por classificar os diversos tipos de erros em duas categorias: erros de acurácia e erros de precisão. Na categoria erros de acurácia estão as falhas (ou erros grosseiros) e os erros sistemáticos. Na categoria erros de precisão estão os erros instrumentais e os erros aleatórios.

Erros grosseiros:

São erros cometidos por inabilidade, distração ou mesmo por desconhecimento do assunto tratado, etc. Podem surgir através de uma leitura errônea da escala utilizada, de um erro aritmético, da aplicação da teoria onde ela não é válida etc.

Exemplo 1: Se na montagem de um circuito elétrico, esquece-se de conectar um dos dispositivos do circuito, esta falha constitui em um erro grosseiro. O bom experimentalista deve ter o cuidado na preparação do experimento, tanto em relação aos aspectos teóricos quanto em relação aos aspectos técnicos e práticos no uso e manuseio dos equipamentos e procedimentos de laboratório. A prática e o cuidado na realização dos experimentos reduzem drasticamente tais falhas. Naturalmente, adquire-se a prática no contato e manuseio direto dos equipamentos e do sistema a ser estudado.

Exemplo 2: O erro grosseiro também acontece se, no cálculo da área de um retângulo de lados **a** e **b**, usamos a expressão **A = 2 a b**. O fator 2 produz um erro grosseiro de 100% em relação ao resultado.

Os erros grosseiros devem ser eliminados. Portanto, se no decorrer de um experimento constata-se o uso de um procedimento errôneo, é necessário reiniciar todo o trabalho usando o procedimento correto. Isto pode acarretar a perda de horas de trabalho. Assim, faz parte de uma boa prática experimental, o estudo prévio da teoria e do procedimento experimental a ser realizado, e só iniciar o trabalho no laboratório sabendo qual o objetivo do experimento e depois de checar os equipamentos e a montagem do sistema.

Erros sistemáticos:

São aqueles que, sem praticamente variar durante a medida, entram de igual modo em cada resultado desta, fazendo com que o valor da medida se afaste do valor real em um sentido definido, para mais ou para menos. Podem ser causados por falhas no aparelho de medida, por calibração incorreta, por aproximações teóricas incorretas que muitas vezes

representam apenas uma primeira aproximação ao problema e que num experimento com relativa precisão podem aparecer como discrepância.
Exemplo: Ao se calcular o tempo de queda de um corpo de uma altura **h**, admitir desprezível a resistência do ar pode produzir um erro sistemático.

O erro sistemático aparece seguindo alguma regra definida, e descoberta a sua origem, é possível eliminá-lo ou reduzi-lo a algum valor extremamente pequeno. Mesmo que os efeitos que causam esses erros não possam ser eliminados na montagem experimental, em muitos casos é possível fazer a correção dos valores obtidos de modo a eliminar o erro sistemático. Porém, em um laboratório, a identificação de erros sistemáticos é uma das tarefas mais difíceis, já que neste caso não é possível detectá-los pela mera repetição do experimento e comparação dos resultados, já que todas as medidas realizadas apresentam o mesmo desvio sistemático, para mais ou para menos. Para identificar esses erros, deve-se procurar a comparação de resultados feitos independentemente por outras pessoas ou equipes. Muitas vezes é necessário fazer uma remontagem do experimento com troca de instrumento e dispositivos ou procurar outros procedimentos para a medida das mesmas grandezas.

Erro Instrumental:

É o máximo erro aceitável cometido pelo operador, devido ao limite de resolução da escala do instrumento de medida. Na obtenção de medidas utilizamos equipamentos, então estes devem ser calibrados a partir de padrões convenientemente definidos. A construção de uma escala implica a escolha de subdivisões, em partes iguais, da unidade padrão. No entanto, pode ocorrer que a grandeza a ser medida não corresponda a um número inteiro das subdivisões existentes no aparelho. Deparamo-nos desta forma, com o problema de estimar a fração da subdivisão considerada. Ao estimar esta fração, introduzimos o Erro Instrumental que indica o grau de precisão de um dado instrumento. Assim, quanto mais preciso for um instrumento, menor será o valor do erro instrumental.

Erro Aleatório:

Dependendo da montagem experimental e dos instrumentos de medida utilizados, os resultados de uma medida podem não ser exatamente iguais a cada nova leitura. Por exemplo, ao realizarmos a medida do comprimento de uma mesa com uma régua, é provável que se obtenha sempre o mesmo valor, dentro da precisão do aparelho, se a medida for repetida várias vezes. No entanto, o resultado pode ser diferente a cada medida caso seja utilizado um instrumento de altíssima precisão, como um interferômetro ótico. Neste caso, as variações observadas na leitura do instrumento podem ser causadas por vibrações ou variações de temperatura. Ou seja, existe no resultado experimental um erro que pode ser inerente ao próprio processo de medição ou pode ser decorrente do sistema em estudo. As pequenas variações percebidas na medida, provocadas por fatores não controláveis, podem ocorrer em qualquer sentido. A margem de flutuação, decorrente de processos aleatórios, é o que se denomina Erro aleatório. Como não seguem qualquer regra definida, não se pode evitá-los e devem ser tratados estatisticamente.

A figura 2 com dois alvos em situações diferentes, onde os pontos indicam as posições de impacto, ilustram a diferença entre erro sistemático e erro aleatório.



(a) sistemático (b) aleatório

Fig. 2 -Em (a) todos os impactos encontram-se concentrados em uma determinada região, deslocados do centro. As causas deste deslocamento poderiam ser mira desregulada, vento constante, etc. Como o desvio atuou na mesma direção em todos os disparos, isto caracteriza um erro sistemático. Uma vez identificada as causas reais do desvio, estas poderiam ser eliminadas ou compensadas. Em (b), os impactos estão distribuídos ao acaso em torno do centro do alvo, o que caracteriza um erro aleatório. Deve-se notar que em (a) também ocorre erro aleatório, tendo em vista o espalhamento dos impactos.

1.5. CÁLCULO DO ERRO EXPERIMENTAL ABSOLUTO

Foi dito anteriormente que ao relatar um resultado experimental, além da melhor estimativa, devemos também relatar a margem de confiabilidade deste valor. Como decidir, em meio a tantos tipos diferentes de erros, qual a margem de confiabilidade? Para responder à pergunta acima, devemos levar em consideração a natureza de cada tipo de erro.

Como regra geral, parte-se do pressuposto de que o experimentalista fez todos os esforços para eliminar os vários tipos de falhas ou erros sistemáticos. Assumindo que os erros grosseiros e os erros sistemáticos foram eliminados, o Erro Experimental Absoluto será dado pela soma dos erros Instrumental e Aleatório, ou seja:

$$\Delta X = \Delta X_{\text{Instrumental}} + \Delta X_{\text{Aleatório}} \qquad (2)$$

ΔX é chamado de erro absoluto porque sua determinação independe do valor da grandeza X.

Existem situações em que um dos tipos de erro predomina. Nestes casos, é usual assumir como erro absoluto o erro predominante.

Cálculo do Erro instrumental ($\Delta X_{\text{Instrumental}}$)

Este tipo de erro encontra-se presente em qualquer medida, já que é inerente à escala do instrumento utilizado para efetuá-la. Ao registrar uma medida de comprimento 12,85cm sabe-se que o último dígito é incerto, pode sofrer pequenas variações na leitura. Mas o critério de algarismos significativos não informa qual a magnitude aceitável para essas variações. Seria aceitável uma variação de 0,01 cm? Ou 0,02cm? Para estimar de quanto pode variar o valor lido, é necessário analisar qual é a variação aceitável na leitura do instrumento:

(a) No caso de um instrumento analógico, a variação deve ser estimada a partir da acuidade visual na leitura da escala. Em se tratando de um instrumento de precisão, a menor divisão da escala normalmente é estreita de tal forma que objetivamente só se pode fazer uma estimativa da metade dessa menor divisão. Naturalmente esta estimativa pode variar de aparelho para aparelho, mas para efeitos práticos, na maioria dos casos adota-se como erro instrumental a metade da menor divisão da escala. Exemplo: Numa régua milimetrada a menor divisão da escala é o milimetro, então o erro instrumental é ½ do milimetro, ou seja 0,5mm ou 0,05cm.

(b) No caso de instrumento digital, para estimar a variação aceitável na leitura da medida seria necessário ter informações técnicas do instrumento, e que tipo de arredondamento é utilizado. Sem esse conhecimento, pode-se adotar o erro instrumental como a menor variação possível no último dígito de leitura, ou seja, a própria precisão do instrumento. Exemplo: Numa balança digital em que a menor divisão da escala é 0,1g, o erro instrumental é 0,1g.

Cálculo do Erro aleatório ($\Delta X_{\text{Aleatório}}$)

No erro de natureza aleatória, existe uma possibilidade igual de se errar para mais ou para menos. Por exemplo, ao realizar uma série de medidas de tempo obteve-se os resultados 1,55s; 1,58s; 1,60s; 1,63s; 1,61s; 1,56s; 1,59s; 1,60s; 1,62s; 1,60s. Observando que o menor valor medido é 1,55s, e o maior valor medido é 1,63, estima-se que o valor mais provável é 1,59s e a variação máxima é em torno de 0,04s. Esta, além de ser uma forma grosseira de estimar o erro associado à grandeza, é uma superestimativa, já que em uma série de medidas obtém-se um número maior de resultados em torno do valor mais provável, como no nosso exemplo, que temos três resultados iguais a 1,60s e apenas um resultado igual a 1,55s. Uma estimativa melhor para o erro aleatório deve basear-se no conceito que o erro aleatório é uma medida da dispersão dos resultados em torno do valor mais provável.

Devido a sua imprevisibilidade, é impossível determinar o valor verdadeiro do erro aleatório. Mas, é possível fazer uma estimativa deste erro utilizando um tratamento estatístico. Para que a análise estatística faça algum sentido, o número de medidas não deve ser inferior a dez, e determina-se o erro aleatório calculando:

(a) A melhor estimativa da grandeza como a média aritmética das diversas medidas da grandeza. Efetuando-se N medidas de uma grandeza, obtendo-se os valores, x_1, x_2, x_3,....x_N, o valor mais provável da grandeza é

$$x = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \,. \qquad (3)$$

No exemplo acima, x = 1,594s.

(b) O desvio padrão para medidas (σ) que indica a tendência das medidas de se distribuírem em torno do seu valor mais provável e é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{(N-1)}} \quad . \tag{4}$$

A idéia existente na expressão acima é a seguinte: a diferença $(x_i - \bar{x})$ dá uma medida de quanto o valor de cada medida x_i se afasta do valor $\bar{x}$. O efeito cumulativo destas diferenças é obtido tomando-se a soma dos quadrados das diferenças, isto é, $\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2$. Apenas o valor absoluto do desvio é importante, daí, considerar a soma dos quadrados que é uma soma de termos positivos. Em seguida, determina-se a média desses desvios quadráticos. Como existem apenas (N-1) desvios independentes, pois, a média $\bar{x}$ representa um vínculo entre os N valores, o denominador é N-1. Para servir como medida do desvio na grandeza x, é necessário que a expressão de σ tenha a mesma dimensão de x, por isso é tomada a raiz quadrada.

O desvio padrão é uma estimativa da precisão do instrumento, ou seja, dá idéia de qual é a diferença entre o valor obtido numa observação particular e o valor médio. Ele estabelece um intervalo de valores [x – σ, x + σ] tal que a probabilidade de uma observação cair nesse intervalo é 68%.

O desvio padrão para medidas não varia com o número de dados, é uma medida da precisão do instrumento e só depende deste.

No exemplo acima, σ = 0,025s. É fácil verificar que a margem de erros deixa de fora quatro valores da tabela, os dois maiores e os dois menores. Isto significa que a nossa faixa $x \pm \sigma$, engloba 60% dos resultados obtidos, e este resultado é bem razoável para um conjunto de apenas dez valores.

(c) O desvio padrão da média (σ_m) – Utilizando o princípio de que a média tende ao valor verdadeiro quando o número de medidas efetuadas tende a ∞, precisamos estimar quanto o valor médio dado pela fórmula (3) se aproxima do valor verdadeiro, ou seja, precisamos estimar uma precisão para a média. Como na prática não podemos obter um número infinito de medidas, vamos supor que temos M conjuntos cada um com um número finito de N medidas. Obtém-se para cada conjunto uma média m. Calcula-se a média das médias e o desvio padrão da média. A média das médias tende ao valor verdadeiro se o número total de dados M.N, tender ao infinito. O desvio padrão da média, σ_m , indicará a tendência do conjunto de M médias, m, se distribuírem em torno do seu valor médio, portanto dará uma avaliação da precisão da média. Pode-se estimar a precisão da média a partir de um conjunto de N medidas fazendo-se o cálculo do desvio padrão da média através da expressão:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}} \quad . \tag{5}$$

Diferente do desvio padrão (σ), o desvio padrão da média (σ_m) varia com o número de medidas. É interessante notar que o desvio padrão da média decresce na razão inversa da

raiz quadrada do número de medidas realizadas, sendo assim, a precisão da média aumenta com $\sqrt{N}$.

No exemplo acima, referente à medida de tempo, tem-se $\sigma_m = 0{,}0079$.

A partir das definições anteriores, o erro aleatório pode ser estimado através da expressão

$$\Delta X = k \cdot \sigma_m$$

na qual o coeficiente k, pode assumir diferentes valores dependendo do número de medidas e da confiabilidade desejada. Por simplicidade será adotado k como sendo 1. Neste caso, o erro aleatório será numericamente igual ao desvio padrão da média.

No exemplo acima, considerando que as medidas foram obtidas com erro instrumental de 0,01s e erro aleatório 0,008s, o erro experimental é 0,02s e o resultado da medida deve ser expresso como 1,59 ± 0,02 seg. O erro experimental representa 1% do valor medido, portanto a medida foi feita com boa precisão.

Observações:

(1) O erro em uma medida define a posição do algarismo duvidoso, portanto a melhor estimativa e o erro devem ter o mesmo número de casas decimais. Exemplo: devemos escrever v = 181,1 ± 0,1 cm/s e não v = 181,07 ± 0,1 cm/s.

(2) A melhor estimativa da medida deve ser escrita com apenas um algarismo duvidoso, e o erro define a posição do algarismo duvido. Assim sendo, qualquer erro, com exceção do erro percentual, deve ser expresso com apenas um algarismo significativo. Exemplo: devemos escrever x = 4,35 ± 0,03 cm e não x = 4,35 ± 0,025 cm.
Mas, esta não é uma regra geral. É perfeitamente plausível que em um instrumento com menor divisão de escala 0,5; o erro instrumental seja avaliado como 0,25 (a divisão por dois leva a um dígito adicional), portanto com dois dígitos.

(3) No cálculo de erro aleatório, teoricamente seria possível apresentar o resultado do erro com todos os dígitos, até o limite do dígito correspondente à precisão do instrumento, mas tratando-se de trabalho experimental visando obter o melhor resultado, o experimentalista não estaria fazendo o melhor uso do equipamento à disposição, já que o erro aleatório pode ser reduzido até atingir valor comparável com a precisão do instrumento, através do aumento do número de medidas.
Exemplo: erro instrumental 0,005cm; erro aleatório 0,037cm. O erro absoluto seria 0,042cm. O resultado da medida seria escrito como 4,343 ± 0,042cm. A melhor estimativa e o erro têm o mesmo número de casas decimais, no entanto o erro escrito como 0,042 indica que os dígitos 4 e 5 da medida são duvidosos. É mais apropriado então escrever: 4,34 ± 0,04 cm.

(4) A melhor estimativa e a incerteza devem sempre ter a mesma dimensão (e de preferência a mesma unidade).
Exemplo: $g = 9{,}37 \pm 0{,}05\ m/s^2$ ou $(9{,}37 \pm 0{,}05) \times 10^2\ cm/s$ ou $937 \pm 5\ cm/s$.

1.6. PROPAGAÇÃO DE ERROS

Uma medida indireta de uma grandeza é efetuada através de uma série de medidas diretas de grandezas que se relacionam matematicamente com a grandeza em questão. Erros estão associados às grandezas medidas, e vão se acumulando com as manipulações matemáticas das grandezas envolvidas O estudo da influência dos erros individuais, no resultado das operações matemáticas que fornecem o valor da grandeza medida indiretamente, é denominado propagação de erros.

Os erros em uma quantidade calculada podem ser determinados a partir dos erros em cada uma das quantidades usadas como veremos a seguir.

Adição

Consideremos duas grandezas A e B representadas, respectivamente, por

$$A = \overline{A} \pm \Delta A \qquad e \qquad B = \overline{B} \pm \Delta B$$

Se tivermos que calcular uma quantidade C = A + B, faremos

$$\overline{C} = (\overline{A} + \overline{B}) \pm (\Delta A + \Delta B)$$

Ou seja, tomamos como a melhor estimativa da grandeza C, a soma das melhores estimativas de A e B:

$$\overline{C} = \overline{A} + \overline{B} \tag{6}$$

E o erro absoluto associado à grandeza C é a soma dos erros associados a A e B:

$$\Delta C = \Delta A + \Delta B \tag{7}$$

Subtração

O mesmo raciocínio usado para a adição pode ser estendido à subtração. Para calcular uma quantidade C = A – B, teremos:

$$C = (\overline{A} - \overline{B}) \pm (\Delta A + \Delta B)$$

Ou seja,

$$\overline{C} = \overline{A} - \overline{B} \tag{8}$$

e,

$$\Delta C = \Delta A + \Delta B \tag{9}$$

Portanto, o erro absoluto associado a uma grandeza obtida a partir da adição ou subtração de duas outras grandezas, é obtido a partir da soma dos erros absolutos associados a estas grandezas.

Esta forma de calcular o erro nos dá o erro máximo propagado e é válida no caso em que as medidas são estatisticamente dependentes, ou seja, sempre que uma grandeza sofre uma variação, a outra necessariamente também sofre variação.

Talvez você possa ter estranhado o fato do erro absoluto associado à subtração ser dado pela soma dos erros absolutos individuais. Isto ocorre porque na estimativa do erro

máximo, devemos verificar qual a maior variação possível no resultado final. Considerando que o menor valor de A no intervalo especificado é $\overline{A} - \Delta A$, então o menor valor possível para C é obtido quando subtraímos o menor valor de A pelo maior valor de B = $\overline{B} + \Delta B$, que nos dá C = $(\overline{A} - \overline{B})$-$(\Delta A + \Delta B)$. De modo similar, podemos concluir que o maior valor possível para C, obtido pela combinação dos valores de A e de B, é C=$(\overline{A} - \overline{B})+(\Delta A + \Delta B)$. Assim, a variação máxima dos resultados possíveis de C em relação ao valor médio é igual à soma dos erros de A e de B.

A rigor, quando as duas medidas são estatisticamente independentes, ou seja, quando a variação de uma grandeza não é responsável pela variação da outra, a fórmula correta para o cálculo do erro propagado é:

$$\Delta C = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2} \qquad (10)$$

A fórmula acima decorre do fato que não estamos somando dois intervalos de valores, mas sim, duas distribuições estatísticas.

Multiplicação

Suponha que precisamos estimar o erro cometido no cálculo de uma grandeza física C dada pelo produto de duas outras grandezas A e B.
Sabemos que o resultado deste produto deve ser uma expressão do tipo $C = \overline{C} \pm \Delta C$
Como o valor da variável C está compreendido no intervalo ($C_{min} = \overline{C} - \Delta C$ e $C_{max} = \overline{C} + \Delta C$), obteremos uma expressão para ΔC calculando:

$$C_{max} = A_{max}\, B_{max} = (\overline{A} + \Delta A)(\overline{B} + \Delta B) = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\Delta A + \overline{A}\Delta B + \Delta A \Delta B$$

$$C_{min} = A_{min}\, B_{min} = (\overline{A} - \Delta A)(\overline{B} - \Delta B) = \overline{A}\,\overline{B} - \overline{B}\Delta A - \overline{A}\Delta B + \Delta A \Delta B$$

Admitindo que ΔA / A e ΔB / B são muito menores que 1, podemos desprezar o termo ΔAΔB. Assim,

$$C_{max} = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\Delta A + \overline{A}\Delta B$$

$$C_{min} = \overline{A}\,\overline{B} - \overline{B}\Delta A - \overline{A}\Delta B$$

Obtendo-se então,

$$C = \overline{A}\,\overline{B} \pm (\overline{B}\Delta A + \overline{A}\Delta B)$$

Em consequência,

$$\overline{C} = \overline{A}\,\overline{B}$$

e,

$$\Delta C = \overline{B}\,\Delta A + A\,\Delta B$$

Dividindo ambos os lados da equação por $\overline{C} = \overline{A}\,\overline{B}$, podemos escrever esta fórmula numa forma mais simples de memorizar:

$$\frac{\Delta C}{\overline{C}} = \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}} \qquad (11)$$

Divisão

Suponha agora que desejamos obter o erro associado à divisão de duas grandezas, na forma C = A / B

Usando a regra anterior estabelecida para a multiplicação,

$$\Delta C = \Delta A\ (1/\overline{B}) + \overline{A}\ \Delta\ (1/B)$$

Precisamos, então, obter o erro associado à grandeza Z = 1 / B, sabendo que B = $\overline{B} \pm \Delta B$.

Observe que

$$\Delta Z = \quad Z - \overline{Z} \quad = 1/B - 1/\overline{B} \quad = \quad \overline{B} - B \ / B\ \overline{B}$$

Mas, $B - \overline{B} = \Delta B$, logo

$$\Delta Z = \Delta B / \overline{B}\ (\overline{B} + \Delta B) = \Delta B / \overline{B}^2\ (1 + \Delta B / \overline{B})$$

Admitindo-se que $\Delta B / B$ seja muito menor que 1, obteremos

$$\Delta Z = \Delta\ (1 / B) = \Delta B / \overline{B}^2$$

Conseqüentemente,

$$\Delta C = \Delta(A / B) = (\overline{B}\ \Delta A + \overline{A}\ \Delta B) / \overline{B}^2 \qquad (12)$$

De forma, semelhante à multiplicação, temos uma fórmula mais fácil de memorizar. Dividindo ambos os lados da equação (12) por $\overline{C} = \overline{A}/\overline{B}$, obtemos

$$\frac{\Delta C}{\overline{C}} = \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}} \qquad (13)$$

Portanto, no caso de multiplicação ou divisão de duas grandezas, o erro relativo da grandeza resultante será igual à soma dos erros relativos associados àquelas grandezas.

Da mesma forma que nos casos anteriores, esta estimativa refere-se ao erro máximo propagado. Em análise estatística mais detalhada, pode-se mostrar que a melhor estimativa para o erro relativo propagado, na multiplicação e na divisão, é igual à raiz quadrada da soma dos quadrados dos erros relativos das parcelas:

$$\frac{\Delta C}{\overline{C}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{\overline{A}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{\overline{B}}\right)^2} \qquad (14)$$

Para finalidades práticas, em rápidas análises nos laboratórios de ensino, pode-se fazer a estimativa do erro propagado pelas fórmulas de erro máximo. Por outro lado, nos casos em que se deseja fazer uma rápida verificação do valor mais provável, nem sempre é necessário fazer o cálculo do erro propagado: nestas situações basta expressar o resultado com base no critério de algarismos significativos. Mas em análises mais sofisticadas, envolvendo um número muito grande de resultados, devemos usar as fórmulas obtidas de uma análise estatística.

Multiplicação por um número exato

Se Z = AX, onde A é um número exato – por exemplo, 2 ou π – então

$$\Delta Z = A\Delta X \qquad (15)$$

Exemplo: Se a medida direta da espessura de 20 folhas idênticas é 3,20 ± 0,05 cm, então a medida indireta da espessura de 1 folha é 0,160 ± 0,003 cm.

Potenciação

Se uma grandeza Z é obtida como a enésima potência de outra grandeza X, isto é $Z = cX^n$, então pode-se mostrar que a incerteza associada à grandeza Z vale

$$\Delta Z = cnX^{n-1}\Delta X \text{ , onde c é uma constante.} \qquad (16)$$

Exemplo: Se a medida direta do raio de uma esfera é R = 3,0 ± 0,3 cm, então, a melhor estimativa para o volume será 113 cm^3 e a incerteza será 34 cm^3. Levando em conta a regra de se ter apenas um algarismo significativo para a incerteza, $V_{esfera} = (1,1 \pm 0,3) \times 10^2 cm^3$.

Função arbitrária

Se uma grandeza é obtida indiretamente como o resultado de uma função arbitrária f (X) com respeito à variável experimental X, então a incerteza em f (X) será dada por

$$\Delta f = \left|\frac{df}{dX}\right|_{X=\overline{X}} \cdot \Delta X \qquad (17)$$

Onde a derivada d f/dX , tomada em módulo, deve ser calculada para $X = \overline{X}$ e ΔX é a incerteza associada a grandeza X .

Exemplo: Se Z = sen (X) , então, $\Delta Z = \cos(\overline{X})\,\Delta X$, com X dado em radianos.

Função com mais de uma variável

Seja uma grandeza Y dependente de outras grandezas X_1, X_2, X_3,.....X_n. Então, pode-se escrever:

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_n)$$

A variação de Y, em função de cada uma das variações infinitesimais de cada um dos X_j , é dada pela diferencial exata de Y:

$$dY = \frac{\partial f}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} dX_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial X_{n1}} dX_n$$

onde os $(\partial f / \partial X_j)$ representam as derivadas parciais da função f em relação a cada uma das variáveis X_j de que depende.

É possível fazer uma analogia entre as variações infinitesimais (diferenciais exatas) e os desvios (erros) das variáveis, uma vez que ambos representam variações. Desta forma:

$$\Delta Y = \frac{\partial f}{\partial X_1}\Delta X_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2}\Delta X_2 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial X_n}\Delta X_n$$

Como se pretende determinar o máximo erro na medida, deve-se considerar a situação na qual os erros, atuando no mesmo sentido, somam-se. Isto só é possível tomando-se o módulo das derivadas parciais na equação anterior. Assim, obtém-se a equação do erro como:

$$\Delta Y = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right|\Delta X_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_2}\right|\Delta X_2 + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial X_n}\right|\Delta X_n \qquad (18)$$

Exemplo:

Um cilindro tem comprimento L = (5,00±0,02)cm e diâmetro D = (2,00±0,01)cm.
O volume do cilindro é dado por : $V = \pi D^2 L / 4 = 15{,}7\ cm^3$.
O erro propagado na determinação de V é calculado através da equação:

$$\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial D}\right|\Delta D + \left|\frac{\partial D}{\partial L}\right|\Delta L$$

Assim,

$$\Delta V = \frac{\pi DL}{2}\Delta D + \frac{\pi D^2}{4}\Delta L .$$

Substituindo-se os valores do diâmetro, do comprimento e seus respectivos erros obtém-se:

$$\Delta V = \frac{\pi x 2{,}00 x 5{,}00}{2}0{,}01 + \frac{\pi x (2{,}00)^2}{4}0{,}02 = 0{,}2$$

O resultado da medida do volume é $V = 15{,}7 \pm 0{,}2\ cm^3$

1.7. COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Quando comparamos dois resultados experimentais, nosso grau de certeza sobre a igualdade entre os dois valores dependerá do grau de superposição entre os intervalos de valores prováveis. Devemos, então, comparar tanto as melhores estimativas como as incertezas a elas associadas, conforme exemplificado na figura 3

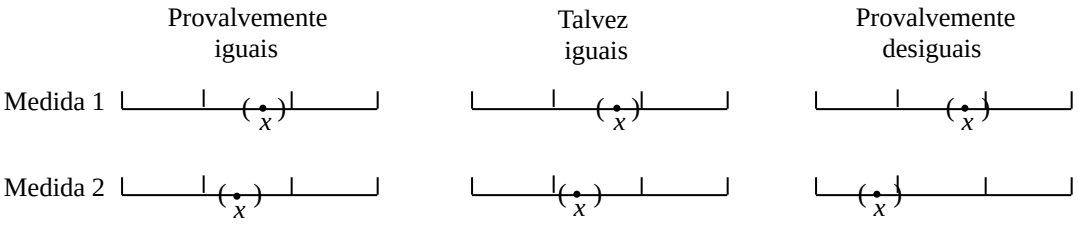


Figura 3. Temos nesta figura a comparação do resultado de duas medidas em três situações distintas. Pode-se considerar os valores destas duas medidas como provavelmente iguais, talvez iguais, ou como provavelmente desiguais, dependendo do grau de superposição de suas incertezas, como pode ser observado pelo grau de superposição dos parênteses na primeira e segunda linhas correspondentes a cada caso.

Imprecisão

Uma forma de avaliar o resultado de uma medida é feita pela comparação do valor do erro absoluto ΔX (incerteza ou imprecisão) com o valor da melhor estimativa. Esta comparação permite determinar o erro relativo percentual que é dado por:

$$E = \frac{\Delta X}{\overline{X}} 100\% \qquad (19)$$

O erro relativo é o único que não precisa ser escrito com apenas um algarismo significativo.

Exemplo 1: Na determinação do volume no exemplo acima, $V = 15{,}7 \pm 0{,}2\ cm^3$, o erro relativo percentual foi de 1,3 %, e significa que a medida foi feita com boa precisão.

Exemplo 2: Se o comprimento de uma grandeza foi determinado como sendo igual a 400 ± 2 m e o de outra 100 ± 2 m, então, a comparação entre os erros relativos percentuais 0,5% e 2%, respectivamente, dará uma idéia mais clara sobre o significado da incerteza numa ou noutra determinação. A comparação dos erros relativos percentuais indica que primeira medida foi mais precisa do que a segunda.

Observe que a imprecisão (erro absoluto) aparece em uma única determinação.

Discrepância

Define-se discrepância como sendo a diferença entre duas melhores estimativas. A discrepância é significante se os intervalos de valores prováveis não se superpõem. Em outra palavras, se $\overline{A} \pm \Delta A$ e $\overline{B} \pm \Delta B$ representam duas medidas de uma mesma grandeza, a

discrepância será dada por $\overline{A} - \overline{B}$ e será significante se esta diferença for maior do que (ΔA + ΔB). A figura 4 mostra a diferença entre incerteza e discrepância.

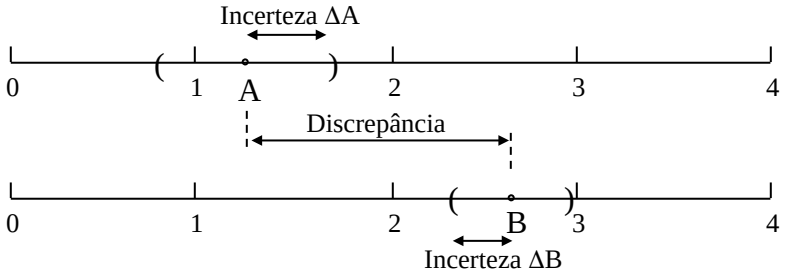


Figura 4. Diferença entre incerteza e discrepância.

A presença de discrepância entre duas determinações de uma grandeza coloca a questão de se saber qual é a resposta correta, uma vez que o valor exato não é conhecido. Na verdade, procede-se da seguinte maneira: elimina-se, tanto quanto possível, as falhas (erros grosseiros); quando possível, aumenta-se a precisão dos instrumentos de medida e realiza-se um número razoável de repetições. Outros pesquisadores repetem o experimento, repetem os cálculos e os resultados são comparados. À medida que a precisão aumenta (ΔX diminui) a teoria é melhor comprovada. O resultado é aceito quando vários experimentalistas estão de acordo.

Inacurácia

Quando se compara o resultado de uma medida com um valor predeterminado, se existe discrepância significante entre o valor obtido na medida e o valor aceito, conclui-se que esta medida foi inacurada. A conclusão sobre a inacurácia de uma medida não é necessariamente correta, pois existe a possibilidade de que os experimentalistas que determinaram o valor aceito não tenham se apercebidos de algum detalhe importante, só reconhecido posteriormente. Estas situações são bastante raras, mas quando ocorrem são de enorme importância. Observe que a inacurácia só surge quando duas determinações diferentes são feitas.

A figura 5 mostra a distinção entre imprecisão e inacurácia.

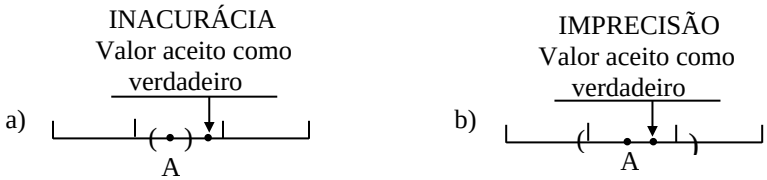


Figura 5. Nesta figura encontra-se a distinção entre imprecisão e inacurácia. A seta indica a posição do valor aceito como verdadeiro, e A indica o valor mais provável de uma determinação experimental. Os parênteses delimitam a incerteza em A. A medida (a) foi mais precisa (menor incerteza em A), porém mais inacurada (mais distante do valor aceito).

1.8. REFERÊNCIAS

1. Dana Roberts, **Errors, discrepancies, and the nature of physics**, The Physics Teacher, 155, March (1983).
2. D. H. Garrison, **Random error experiment for beginning physics laboratory**, The Physics Teacher, 356 . 13 (1975).
3. Christopher G. Deacon, **Error Analysis in the Introductory Physics Laboratory,** The Physics Teacher, 368. 30 (1992).
4. J. Taylor, **Error Analysis**, University Science Books, Second Edition (1997).
5. G. L. Squires, **Pratical Physics**, Cambridge University Press, Third Edition (1994)
6. João J. Piacentini, **Introdução ao Laboratório de Física**, Ed. Da UFSC, 1998.
7. Otaviano A. M. Helene, Vito R. Vanin, **Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental,** Ed. Blucher , 1981.

2. INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Leia as informações sobre o Micrômetro e o Paquímetro neste texto; caso tenha dúvidas, solicite o auxílio do monitor ou do professor para entender como usar estes instrumentos de medida.

Micrômetro

O micrômetro, mostrado na figura abaixo, é um instrumento de medida construído de maneira a determinar a distância entre dois pontos; sendo um fixo, no extremo da garra fixa "A'' e um móvel, no extremo da garra móvel "B'', que pode ser deslocado por meio de um parafuso conhecido como parafuso micrométrico. A rosca desse parafuso tem passo constante. A maioria dos micrômetros que temos no laboratório tem passo de 0,5mm, isto é, a cada volta completa do parafuso ele avança (ou retrocede) 0,5mm, de modo que a variação da distância entre os dois pontos é de 0,5mm por volta do parafuso. Alguns outros micrômetros que dispomos no laboratório tem parafusos micrométricos com passo de 1mm.

O número de voltas completas do parafuso micrométrico, e consequentemente o deslocamento da garra móvel, pode ser determinado através da escala linear "D''. A fração de cada volta do parafuso pode ser determinada através da escala circular "E'' presa ao parafuso e subdividida em 50 partes iguais (ou 100 partes para os micrômetros com passo de 1 mm) de modo que se pode detectar variações menores que um cinquenta-avos de volta (ou menos), o que corresponde a distâncias da ordem de 0,01mm (10 micras) ou menos, dependendo das subdivisões na escala.

Para deslocamento rápido da garra fixa, pode-se girar o tambor "F'' a partir de sua parte mais rugosa **mas para medir objetos deve-se girar a catraca "G''**, no extremo do micrômetro, de modo a exercer uma pressão adequada entre as garras e o objeto sem que haja deformação da peça ou do próprio micrômetro.

Em micrômetros profissionais existem outros recursos tais como a trava "C'', que permite fixar a posição da garra móvel, ou isolante térmico que protege o arco do micrômetro de modo a evitar a dilatação térmica do metal em contato com a mão.

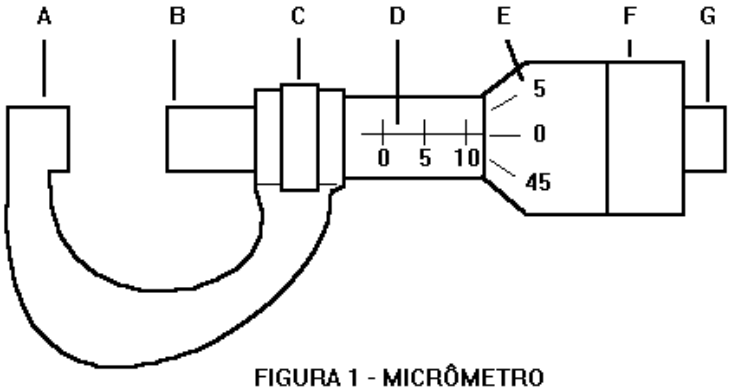


FIGURA 1 - MICRÔMETRO

Paquímetro

O paquímetro, mostrado na figura abaixo, é, assim com o micrômetro, um instrumento projetado para medir as dimensões de um objeto, tanto em centímetros, com auxílio da escala “A’’, quanto em polegadas, através da escala “B’’. A leitura das escalas é realizada com auxílio do nônio “C’’ e “D’’, que permite uma medida mais precisa do que a leitura direta em uma régua, como veremos a seguir. As medidas externas de um objeto são determinadas, com o auxílio das garras inferiores “E’’, a largura de fendas e reentrâncias, são determinadas com auxilio das garras superiores “F’’ e a profundidade das fendas são medidas usando-se a lâmina “G’’. A trava “H’’ permite fixar a parte móvel do paquímetro para uma medida mais acurada.

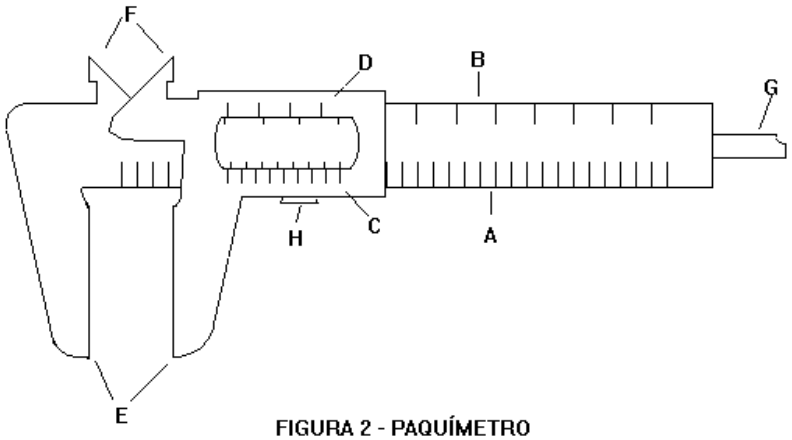


FIGURA 2 - PAQUÍMETRO

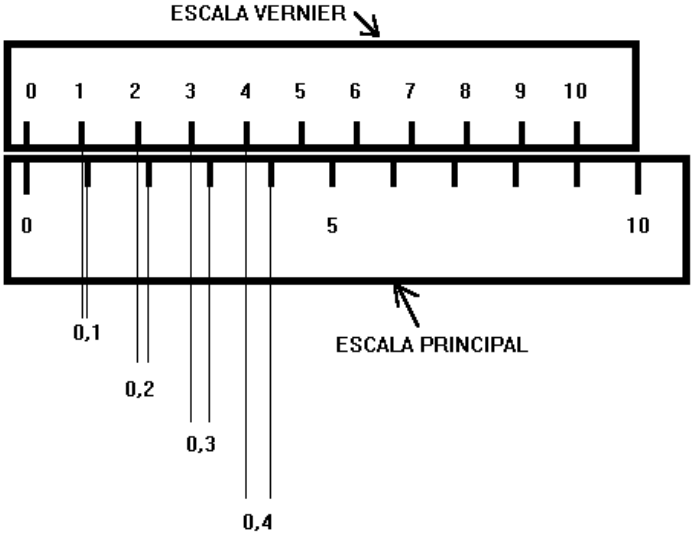


FIGURA 3 - NÔNIO

A menor variação de distância possível de ser detectada com o paquímetro que dispomos no laboratório é da ordem de 5 centésimos de milímetro. Isto é possível através de uma escala auxiliar conhecida como **nônio** (**ou escala vernier**), inventada no século XVI pelo matemático português Pedro Nunes e difundida pela Europa pelo geômetra francês Pierre Vernier por volta de 1631. Essa escala auxiliar, acoplada à escala principal, é construída de tal maneira que uma divisão da escala auxiliar seja uma fração da escala principal. Por exemplo, na figura 3 a escala auxiliar (escala Vernier) tem divisões igual a nove décimos da escala principal, de modo que dez divisões da escala auxiliar corresponde a mesma distância dada por nove divisões da escala principal. Sendo assim, se um traço da escala principal coincide com um traço da escala auxiliar, o traço adjacente da escala vernier encontra-se a um décimo de distância do próximo traço da escala principal. O traço seguinte da escala vernier encontra-se a dois décimos de distância do traço seguinte da escala principal e assim sucessivamente. Ou seja, a cada passo a distância entre os traços das duas escalas defasam de um décimo de distância. Essa característica da escala vernier faz com que o mesmo seja útil para estimar frações de valores da menor divisão da escala principal como veremos a seguir.

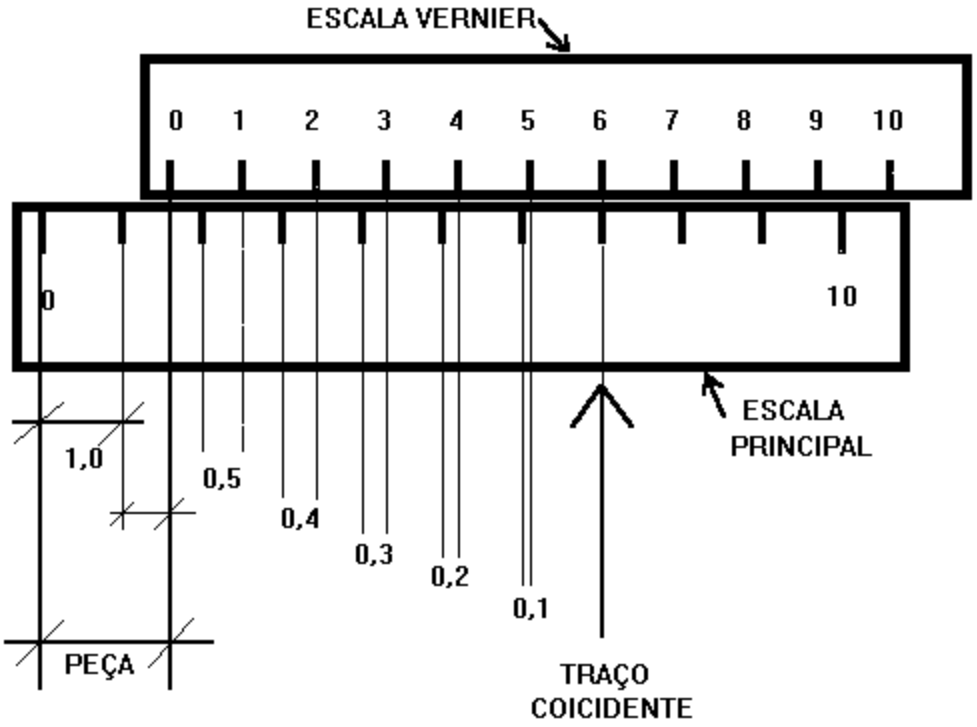


FIGURA 4

Considere o zero do nônio como um ponteiro para a escala principal, de modo que se esse traço do nônio se posiciona entre o primeiro e o segundo traço da escala principal, como mostra a figura 4, o valor indicado é igual a uma unidade mais a fração correspondente à distância excedida pelo cursor sobre a escala principal. A forma de estimar esta fração usando o nônio é bastante simples; basta procurar identificar qual traço

da escala vernier coincide (ou o que mais se aproxima) de um traço da escala principal (que na figura corresponde ao sexto traço da escala vernier) de modo que a fração correspondente à distância excedida pelo cursor é de seis décimos da unidade da escala principal. Isso porque a cada traço subsequente ao zero do nônio corresponde a uma defasagem de um décimo. Portanto, o tamanho da peça neste exemplo é 1,6 unidades. A escala Vernier dos paquímetros que dispomos no laboratório possui 20 divisões: 10 divisões numeradas de 1 a 10 e outras 10 divisões intermediárias localizadas entre aquelas numeradas. Assim, cada traço da escala Vernier corresponde a uma distância de 0,05 unidades da escala principal, ou seja, milímetros. Assim o paquímetro possui uma precisão de 0,05mm= 50μm.

3. APARATO EXPERIMENTAL PARA MEDIDA DE VELOCIDADE

Talvez esta seja a primeira vez que você lida com um trilho de ar e assim, algumas notas de cuidado serão úteis. O trilho possui pequenos orifícios pelos quais ar é expelido sob pressão. O carro que corre sobre o trilho tem um formato de um **Y** invertido, e se mantém flutuando sobre o colchão de ar formado entre o trilho e o carro pelo ar expelido nos orifícios. Assim, é essencial manter os orifícios e a superfície do carro limpos e livre de arranhões. Evite, portanto, escrever ou marcar o trilho de ar para não obstruir os orifícios e causar variações no colchão de ar formado.

Importante: Não empurre o carrinho sobre o trilho quando a fonte de ar comprimido estiver desligada. Do contrário, tanto o carrinho quanto o trilho poderão sofrer arranhões.

O trilho de ar possui uma escala milimetrada que pode ser usada para registrar a posição do carro, e dispõe de um cronômetro digital para registrar os intervalos de tempo.

É mais simples com este equipamento medir o tempo transcorrido em função da distância a ser percorrida, embora posteriormente você possa inverter a dependência e analisar a posição em função do tempo transcorrido. Em cada posição escolhida, o cronômetro permite também que se determine a velocidade "quase" instantânea do carrinho, medindo-se, para tanto, quanto tempo o carrinho demora para percorrer uma distância bem pequena. Claro que quanto menor for Δt, a velocidade obtida estará mais próxima da instantânea.

As variáveis que podem ser medidas são: o tempo t gasto para percorrer uma distância x, desde o ponto de lançamento até o ponto de cronometragem, e o intervalo Δt que o carrinho, no ponto de cronometragem x, gasta para percorrer uma distância δx (da ordem de 5mm). Com esse intervalo Δt pode-se medir a velocidade quase instantânea no ponto x, fazendo $v = \Delta x/\Delta t$.

O Equipamento:

a) Usando o Interruptor Ótico

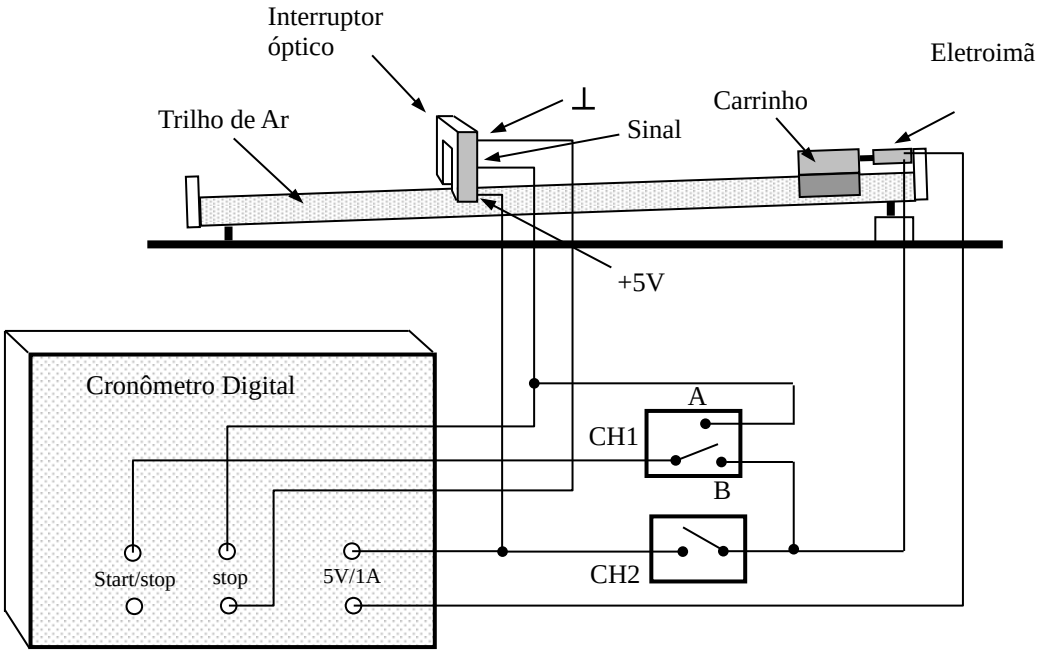
O interruptor óptico é um dispositivo que fornece um sinal elétrico de +5V quando um feixe de luz infravermelha o atravessa de um lado ao outro sem ser interrompido. Seu funcionamento é semelhante aos sensores existentes nas portas de elevadores. Quando a luz é interrompida por algum objeto o sinal elétrico cai para 0V. Este sinal pode ser usado para ligar ou desligar o cronômetro digital.

Você registrará o tempo necessário para que o carrinho tenha percorrido uma determinada distância. Será necessário posicionar o sensor exatamente nesta distância e, para tanto, segure o carrinho na posição desejada e movimente o sensor até que a luz seja interrompida. Observe que existe um pequeno LED (indicador) vermelho que se acende quando o feixe de luz infravermelho é interrompido. Assim, observando este indicador, você poderá posicionar o sensor para acionar/interromper o cronômetro na posição desejada.

b) Usando o cronômetro digital com o interruptor óptico

Para soltar o carrinho no exato instante em que se começa a cronometrar o tempo, o equipamento possui um eletroímã acoplado a uma das extremidades da pista. Este eletroímã, quando energizado, segura o carrinho. O cronômetro é disparado no instante em que o eletroímã é desligado, instante esse em que o carrinho começa a descer a pista inclinada. O interruptor óptico, posicionado a uma certa distância do ponto de partida, ao ter o seu feixe de luz infravermelha interrompido pela passagem do carrinho, fornece um sinal que pára o cronômetro, permitindo assim que o intervalo de tempo transcorrido seja medido.

O esquema abaixo mostra as ligações elétricas que devem ser feitas de modo a preparar o equipamento para registrar o tempo transcorrido (ou intervalo de tempo) em função da posição.



b.1) Medindo o tempo transcorrido em função do espaço percorrido (t vs x)

Para cronometrar o tempo transcorrido, primeiramente é necessário virar a chave CH1 para a posição B. Isto fará com que o cronômetro seja disparado assim que o carrinho for liberado e garante a parada do cronômetro quando interruptor óptico for desativado com a passagem do carrinho. É necessário ainda garantir que o modo de disparo do cronômetro (TRIGGER) seja tal que ocorra:

- Disparo do cronômetro quando a voltagem no conector de Start/Stop sobe de 0V para +5V (modo de start _|¯), correspondente ao instante em que o eletroímã é desligado.
- Parada do cronômetro quando a voltagem no conector Stop desça de +5V para 0V (modo de stop ¯|_**)**, correspondente à quando o interruptor óptico é bloqueado pela passagem do carrinho.

Esta configuração é garantida pressionando-se várias vezes o botão TRIGGER do cronômetro digital até que o LED correspondente à configuração _|¯ ¯|_ no painel do instrumento esteja aceso.

b.2) Medindo a velocidade em função da posição (v vs x)

Como dito anteriormente, a medida da velocidade em uma determinada posição pode ser feita determinando-se quanto tempo o carrinho demora para percorrer uma distância muito pequena (infinitesimal seria o desejado). Para tanto, o carrinho dispõe de uma aleta de pequena largura Δx que pode ser usada para cronometragem. Medindo-se o tempo Δt em que o feixe de luz fica interrompido durante a passagem do carrinho, podemos determinar a sua velocidade ($v = \Delta x/\Delta t$).

Para que o cronômetro possa medir este intervalo de tempo é necessário mudar a chave CH1 para a posição A, de forma que o interruptor óptico possa fornecer tanto o comando de disparo como o de parada. O cronômetro deverá ser colocado na configuração de disparo (TRIGGER) ¯|_|¯ , ou seja, a cronometragem se inicia assim que o feixe de luz é bloqueado e termina assim que ele é desbloqueado. Desta forma o intervalo de tempo Δt é medido.

4. ELABORAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

Uma lei física é uma relação de causa e efeito entre dois eventos. Se os eventos são mensuráveis, a lei física resultante expressará relações entre quantidades físicas que podem ser representadas através de uma equação. Uma das formas de obter a relação matemática entre quantidades físicas é a análise das relações de dependência através da construção de gráficos.

Regras que devem ser seguidas na construção de gráficos:

1. Uma tabela de dados deve conter os valores da variável independente (aquela que se está variando no experimento e, portanto, adquire valores pré-determinados) e da variável dependente correspondente (aquela que depende ou se mede em função do parâmetro que está sendo variado no experimento).

2. Os valores da variável independente devem ser lançados ao longo da escala das abscissas (eixo x); Os valores da variável dependente ao longo da escala das ordenadas (eixo y).

3.O gráfico deve ocupar a maior parte da folha de papel. Mas, principalmente, deve refletir a acuidade dos valores experimentais.

4.As escalas devem ser definidas ao longo dos eixos, ou seja, as divisões da escala devem ser destacadas de modo a facilitar visualmente as subdivisões. Para facilitar as leituras, buscar múltiplos e submúltiplos de 10.

5.Nunca escrever os valores dos dados nos eixos coordenados. Exceto se estes coincidirem com os valores que definem a escala.

6.Os eixos devem ser traçados com linhas visualmente destacadas, as grandezas e unidades indicadas ao longo dos eixos.

7.Cada ponto, ou seja, o par de ordenadas deve ser marcado com o intervalo de incerteza correspondente a cada uma das grandezas. As barras de erro que demarcam os intervalos de incerteza devem ser representadas quando estas forem maiores do que a menor divisão da escala do gráfico.

8.Uma curva suave deve ser traçada de forma a passar dentro do intervalo estabelecido pelas barras de erro. A curva não precisa passar por todos os pontos, mas deve ser traçada levando em conta a tendência dos pontos.

9.Todo gráfico deve ser numerado e comentado. E conter uma legenda quando necessário.

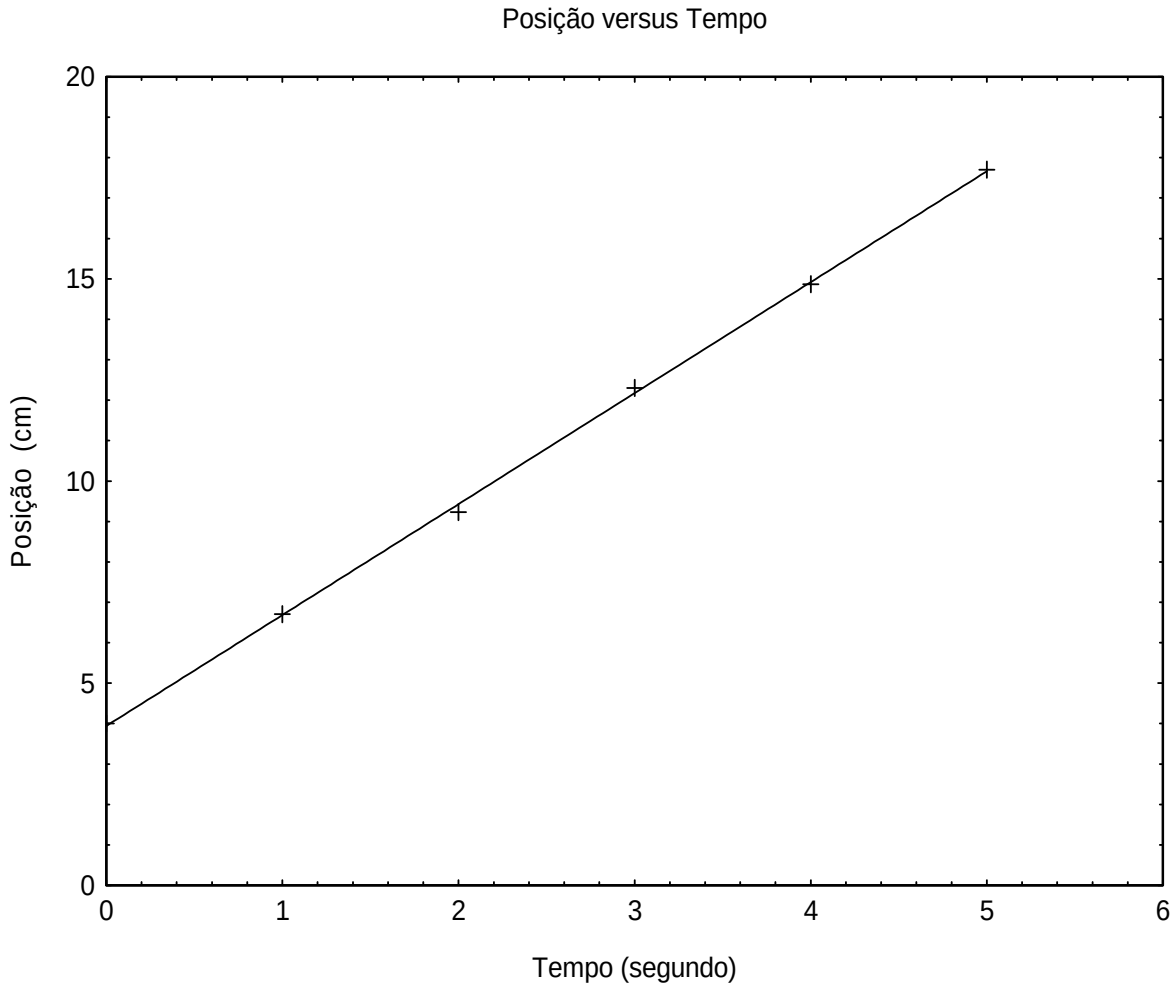
Em resumo, um gráfico deve conter todas as informações necessárias para a sua interpretação.

Exemplo 1:

Tabela 1. Os pontos experimentais apresentados na tabela representam a posição de um corpo em função do tempo.

t(s)	0,00 ± 0,01	1,00 ± 0,01	2,00 ± 0,01	3,00 ± 0,01	4,00 ± 0,01	5,00 ± 0,01
S (cm)	4,00± 0,05	6,71± 0,05	9,43± 0,05	12,18± 0,05	14,87± 0,05	17,70± 0,05

Gráfico 1: Posição de um corpo em função do tempo conforme tabela 1, em escala linear.



Obtenção de informações a partir de um gráfico

Uma das vantagens do uso de gráfico é a simplicidade com que novas informações podem ser obtidas através da observação de suas formas. Em particular, se o gráfico for linear, a equação que relaciona as grandezas representadas pode ser facilmente obtida. Por esse motivo procura-se, sempre que possível, linearizar os gráficos.

1.Gráficos bilineares e equação da reta

Se o gráfico, como no exemplo 1, resulta numa reta espera-se que as grandezas representadas sejam relacionadas por uma equação que tem a forma da equação genérica de uma reta

$$S = A + B\,t \qquad (1)$$

Onde A é o parâmetro linear e B é o parâmetro angular.

O parâmetro angular deve ser calculado como a inclinação física da reta dada por

$$B = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}, \qquad (2)$$

onde (t_1, S_1) e (t_2, S_2) são dois pontos quaisquer que pertencem à reta traçada, não são pontos da tabela de dados experimentais.
O parâmetro linear é o ponto de corte. Em t= 0 o valor de S corresponde ao valor de A.

No presente exemplo foram escolhidos no gráfico 1 os pontos

$$P_1 = (\,0{,}75\,;\,6{,}00\,) \quad \text{e} \quad P_2 = (4{,}50;16{,}30)$$

Então $B = \frac{16{,}30 - 600}{4{,}50 - 0{,}75} = \frac{10{,}30}{3{,}75} = 2{,}75$ e escreve-se B= 2,75cm/s.

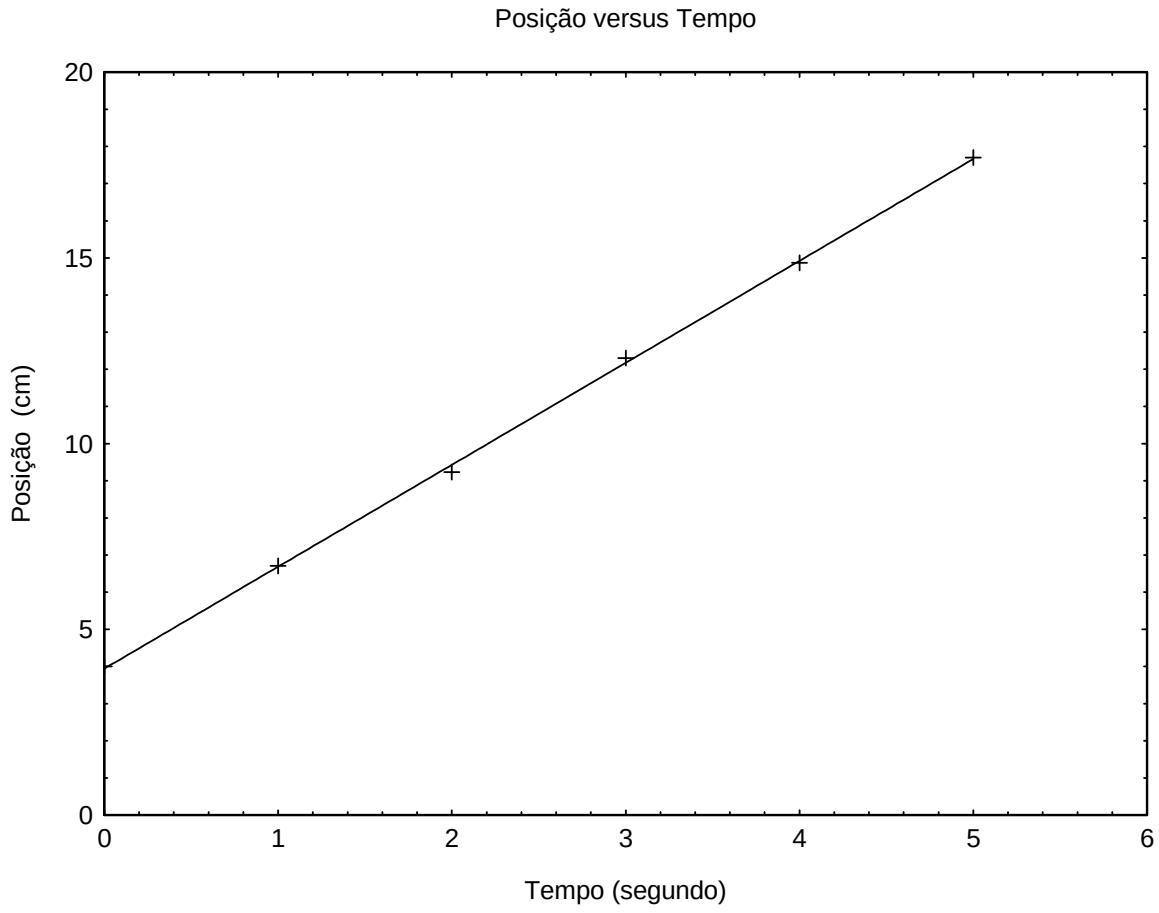
E quando t = 0 tem-se S = 4,00 o que segundo a equação 1 nos dá A = 4,00 cm, a unidade de A é a mesma de S.

Para determinar o número correto de algarismos significativos de A e B deve-se estimar o erro destes parâmetros a partir do gráfico.

Quando num gráfico os pontos são representados por barras de erro, que indicam a margem de credibilidade dos pontos, existe mais de uma reta que passa por todas as barras de erro. Para estimar a incerteza na determinação da inclinação e do ponto de corte procede-se da seguinte maneira: traça-se uma reta com inclinação máxima ($B_{max,}$), e outra com inclinação mínima (B_{min}) . Desta forma estima-se os limites inferior e superior para a inclinação e o ponto de corte, e calcula-se os erros dos parâmetros linear e angular como:

$$\Delta B = (B_{max} - B_{min}\,) / 2 \text{e} \qquad \Delta A = (A_{max} - A_{min}\,)/ 2 \qquad (3)$$

Grafico 2. Mostra o gráfico anterior (gráfico 1) com as retas de máxima e mínima inclinação



Resulta das retas de máxima e mínima inclinação os valores

$B_{max} = 2{,}79$; $B_{min} = 2{,}71$ e então $\Delta B = 0{,}04$

$A_{max} = 4{,}3$; $A_{min} = 3{,}7$ e então $\Delta A = 0{,}3$

Assim os valores encontrados para os parâmetros linear e angular foram: $B = (2{,}74 \pm 0{,}04)$ cm/s e $A = 4{,}0 \pm 0{,}3$ cm. Portanto a equação que rege o fenômeno pode ser escrita como

$$S = 4{,}0 + 2{,}75\ t, \qquad (4)$$

onde 4,0 cm é a posição inicial do corpo e 2,75 cm/s é a sua velocidade.

2. Linearização de gráficos

Muitas vezes, ao construir o gráfico obtém-se uma curva que sugere uma relação geral entre as variáveis

Tipos de gráficos mais comuns:

Gráfico 3 Sugere a função $Y=CX^n$, $0<n<1$

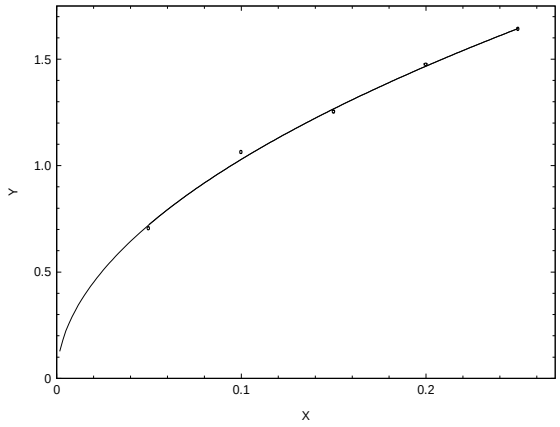


Gráfico 4 Sugere a função $Y=CX^n$, $n>1$

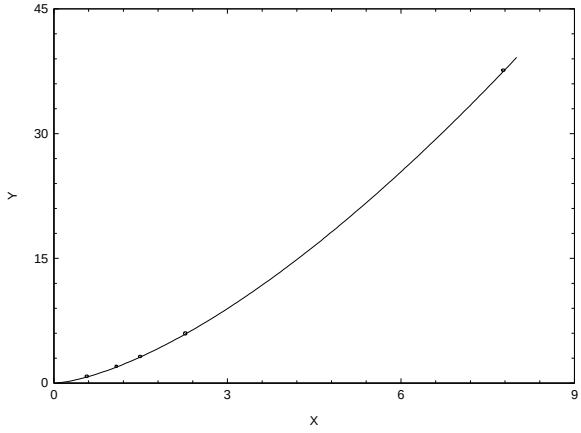


Gráfico 5 Sugere a função $Y=Ce^{-an}$.

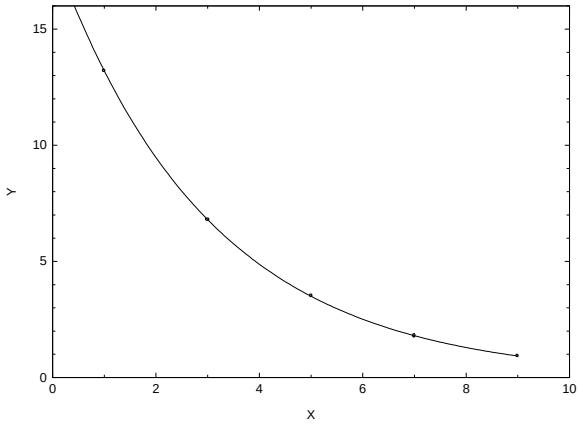
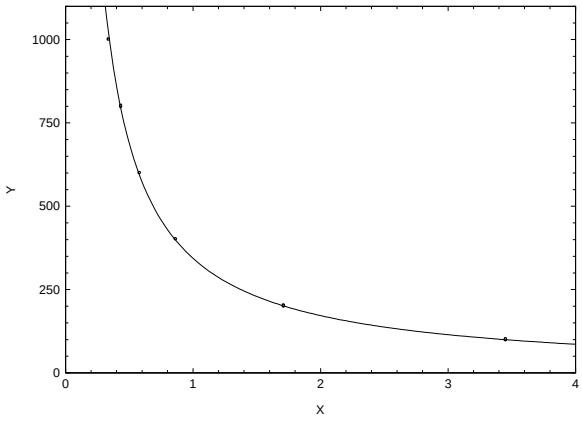


Gráfico 6 Sugere a função $Y=C/X$.



Nestes casos, para determinar a equação da curva, utiliza-se o artifício chamado linearização de gráficos, que nada mais é do que, por meio de uma mudança de variáveis, construir um novo gráfico que seja representado agora por uma reta. Para isto é necessário conhecer as relações que correspondem aos tipos de gráfico mais usuais

2.1 Relações do tipo $Y = C X^n$

Funções deste tipo podem ser linearizadas fazendo-se uso da propriedade dos logaritmos. Tomando o logaritmo em ambos os lados da expressão mostrada no título da seção 2.1 obtém-se:

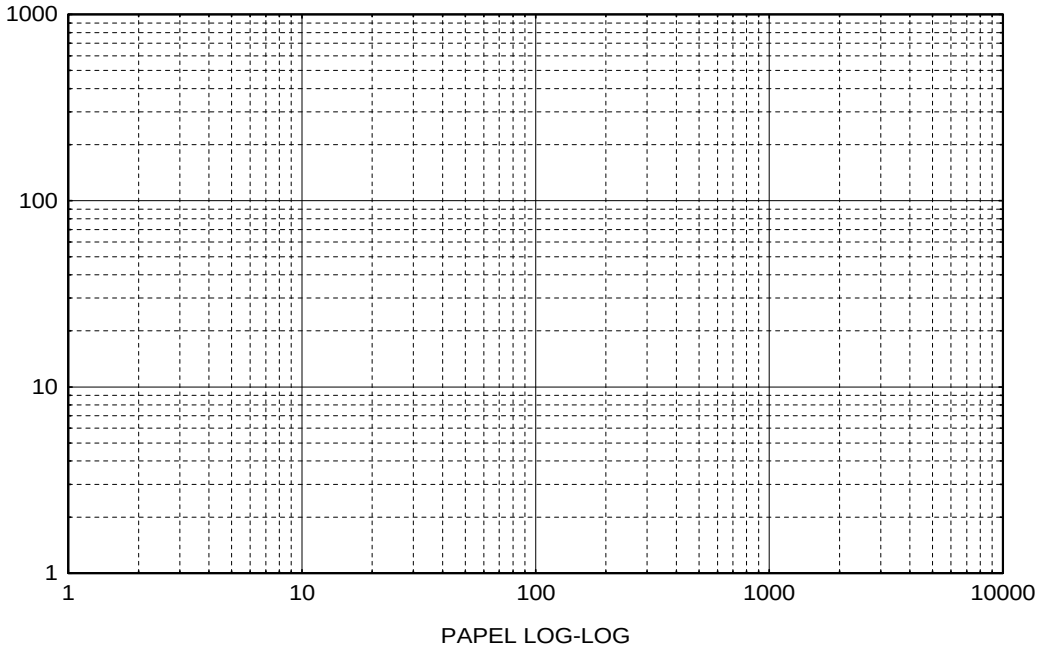
$$\log Y = \log C + n \log X \qquad (5)$$

Esta é a equação da reta obtida num gráfico em que se representa os valores de logX no eixo das abscissas e os valores de logY no eixo das ordenadas. Log C é o parâmetro linear e n é o parâmetro angular.

Para traçar o gráfico da função linearizada existem duas formas:
1ª) Calculando-se os logaritmos de Y e de X, e construindo-se o gráfico de log Y versus log X em papel milimetrado;
2ª) Sem calcular os logaritmos e construindo-se o gráfico de Y versus X em papel com escala log –log (papel di-log).

O papel di-log é um papel no qual as escalas nos eixos, vertical e horizontal, são proporcionais aos logaritmos dos números que elas representam.

Figura 1. Mostra um papel log-log

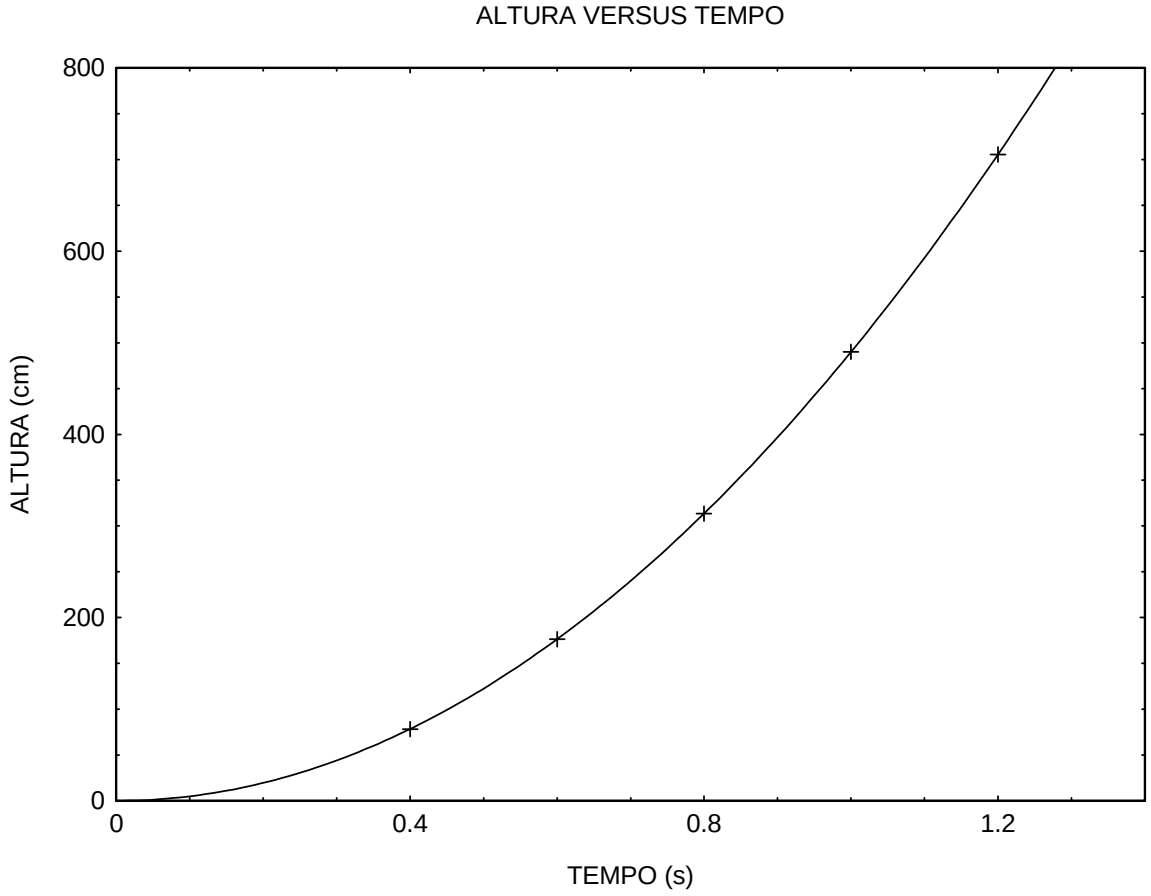


Exemplo 2

Tabela 2 Dados da distância percorrida H em função do tempo t para um corpo em queda livre - MRUA.

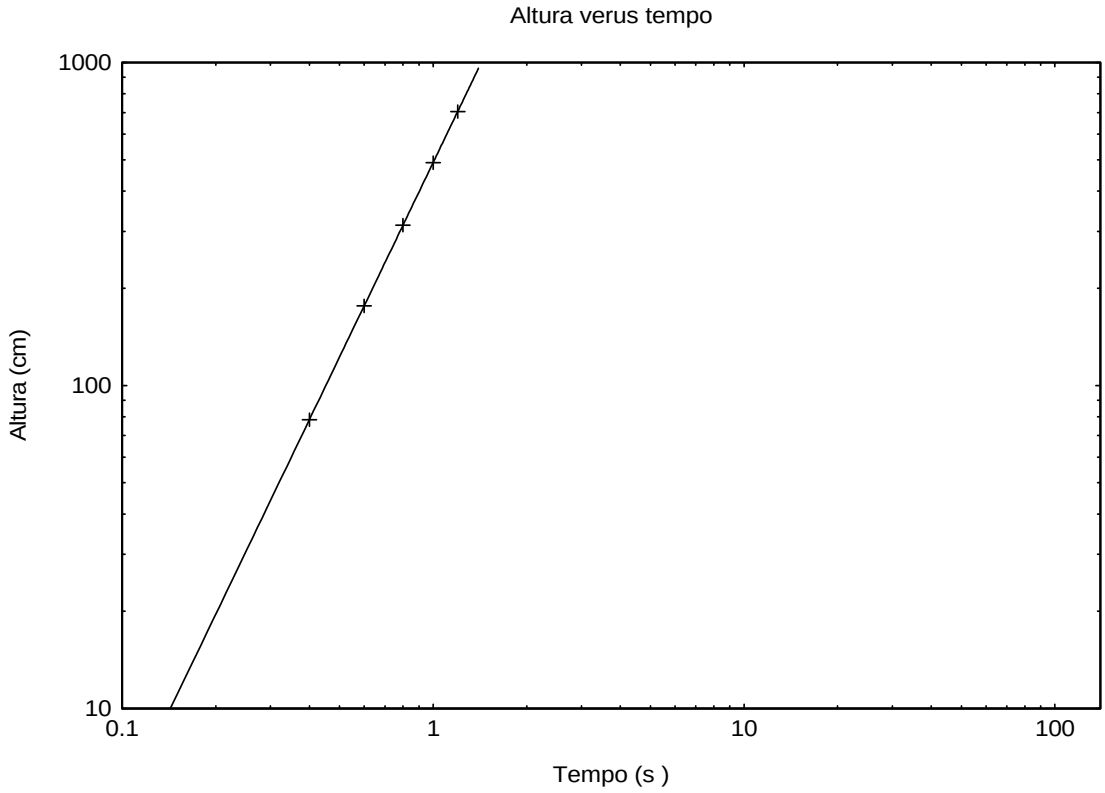
t (s)	0,40 ± 0,01	0,6 ± 0,01	0,8 ± 0,01	1,0 ± 0,01	1,2 ± 0,01
H(cm)	78,4 ± 0,5	176,4 ± 0,5	313,6 ± 0,5	490,0 ± 0,5	705,6 ± 0,5

Gráfico 7: Distância em função do tempo conforme tabela 2, em escala bilinear.



Análise do gráfico: O formato da curva sugere uma função do tipo $H = C\ t^{n}$. Para linearizar a função faz-se um gráfico di-log de H versus t.

Gráfico 8: Distância versus tempo em escala log-log.



Para determinar os valores das constantes C e n compara-se a equação linearizada

$$\log H = \log C + n \log t \tag{6}$$

com a equação geral da reta $Y = A + B X$. E tem-se

$$Y = \log H \qquad X = \log t \qquad A = \log C \qquad B = n \tag{7}$$

Como as escalas vertical e horizontal são logarítmicas, o parâmetro angular será dado por

$$B = \frac{\log H_2 - \log H_1}{\log t_2 - \log t_1} \tag{8}$$

lembrando que a diferença entre os logaritmos dos valores representados é proporcional às distâncias entre eles e as escalas no eixos são idênticas, este cálculo pode ser substituído pelo cálculo da inclinação geométrica

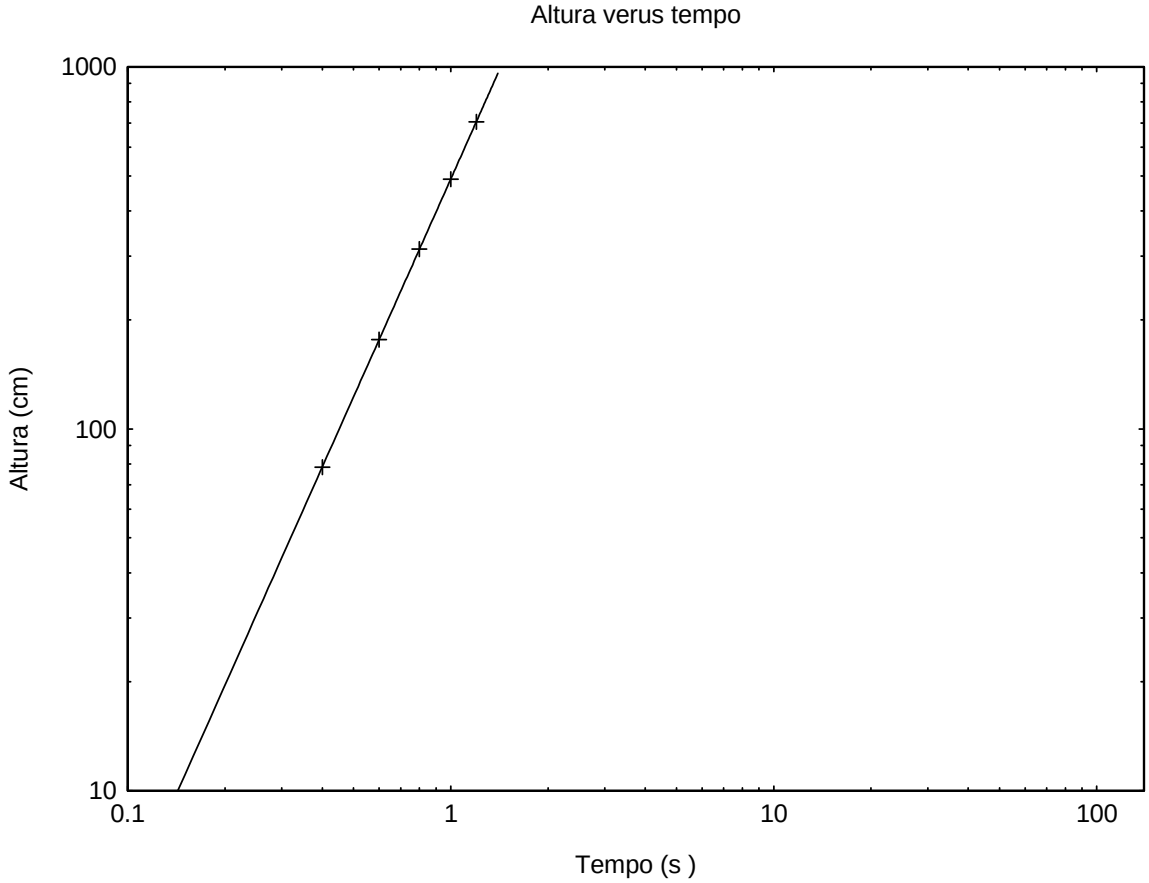
$$B = \frac{\text{Distancia entre } H_2 \text{ e } H_1}{\text{Distancia entre } t_2 \text{ e } t_1} \tag{9}$$

Para encontrar o parâmetro linear faz-se a seguinte interpretação usando a equação (6):

Quando t=1 tem-se log t = 0 e então log H = log C e resulta H = C.

Portanto por interpolação, quando t = 1 o valor de H lido no eixo da ordenada corresponde ao valor de C.

Gráfico 9. Mostra as distancias $\Delta Y = \underline{H_2\ H_1}$ e $\Delta X = \underline{t_2\ t_1}$.



A partir do gráfico 9 segue que :

n = 6,2 / 3,1 = 2,0 e para t = 1 tem-se H = C = 490,0

Para determinar o número correto de algarismos significativos de C e n deve-se calcular os erros destes parâmetros como nos gráficos bilineares, traçando as retas de inclinação máxima e mínima. Se no gráfico não aparecerem barras de erro, então usa-se o critério de operações com algarismos significativos para n e associa-se a C o número de casas decimais de H.

A equação que representa o comportamento dos dados experimentais é

$$H = 490\ t^2 \qquad (10)$$

a dimensão de C é H / t^2, ou seja, de aceleração. Para dar significado físico correto ao parâmetro C lembre-se de comparar a equação obtida no experimento com a previsão teórica. No exemplo, para um movimento com aceleração constante H = ½ a t^2 . Portanto C é a metade do valor da aceleração do corpo no movimento de queda livre.

2.2 Relações do tipo Y = C e^x

Funções deste tipo também podem ser linearizadas fazendo-se uso da propriedade dos logaritmos. Tomando o logaritmo em ambos os lados da expressão obtém-se:

$$\text{Log } Y = \log C + n \text{ X } \log e \qquad (11)$$

onde *e* é o número neperiano 2,718281828....., a base da função exponencial.

Esta é a equação da reta obtida num gráfico em que os valores de X são representados no eixo das abscissas e os valores de logY no eixo das ordenadas. Log C é o parâmetro linear e "n log *e*" é o parâmetro angular.

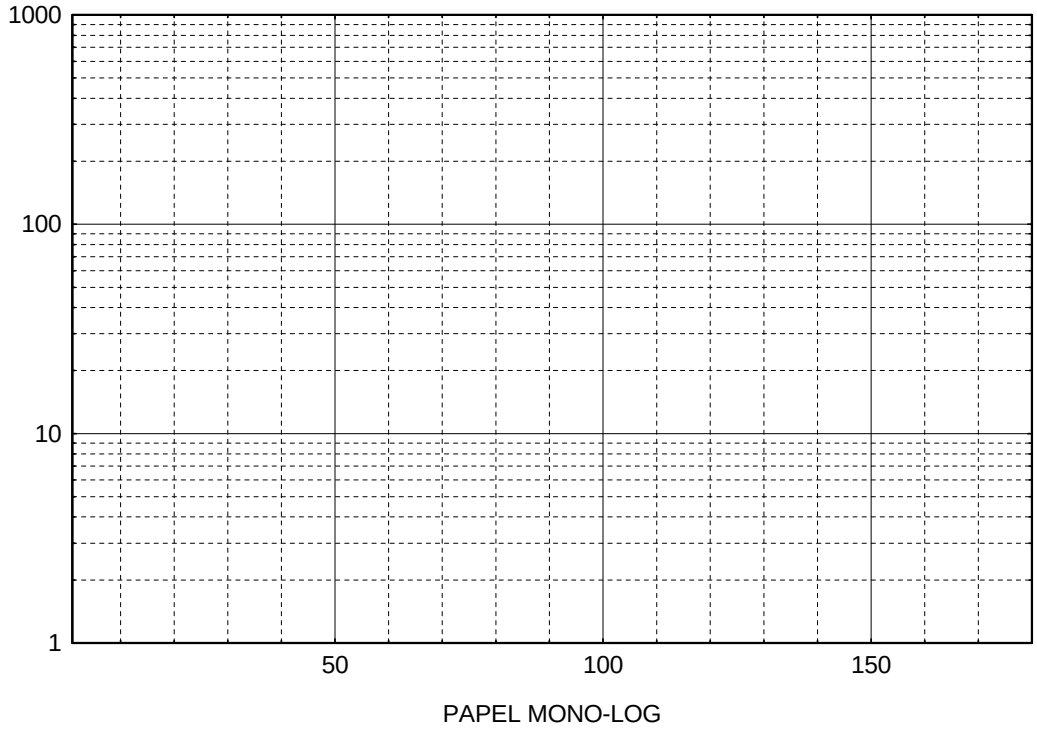
Para traçar o gráfico da função linearizada existem duas formas:

1ª) Calculando-se o logaritmo de Y, e construindo-se o gráfico de log Y versus X em papel milimetrado;

2ª) Sem calcular os logaritmos e construindo-se o gráfico de Y versus X em papel com escala log-linear (papel mono-log).

O papel mono-log é um papel no qual a escala vertical é proporcional ao logaritmo dos números que elas representam, enquanto a escala horizontal é o proporcional ao valor da outra variável.

Figura 2. Mostra o papel mono-log.



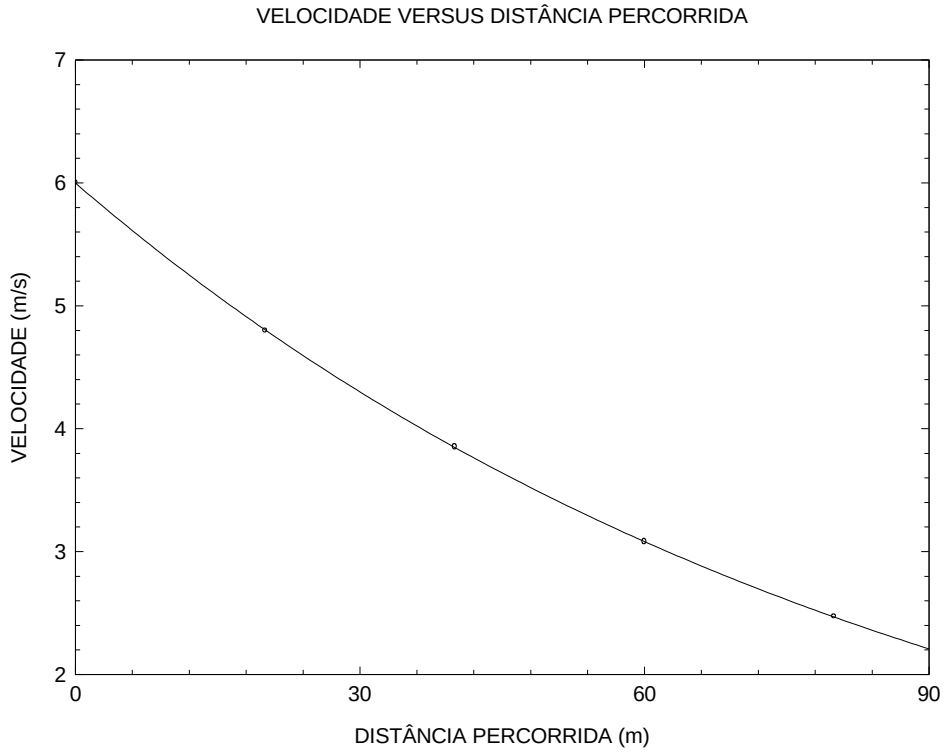
Exemplo 3:

Quando se desliga o motor de uma lancha, ela sofre uma desaceleração. Para determinar como a velocidade (V) varia em função da distância percorrida (X) foram feitas as medidas mostradas na tabela abaixo:

Tabela 3. Dados do movimento de uma lancha desligada, velocidade em função da distancia percorrida.

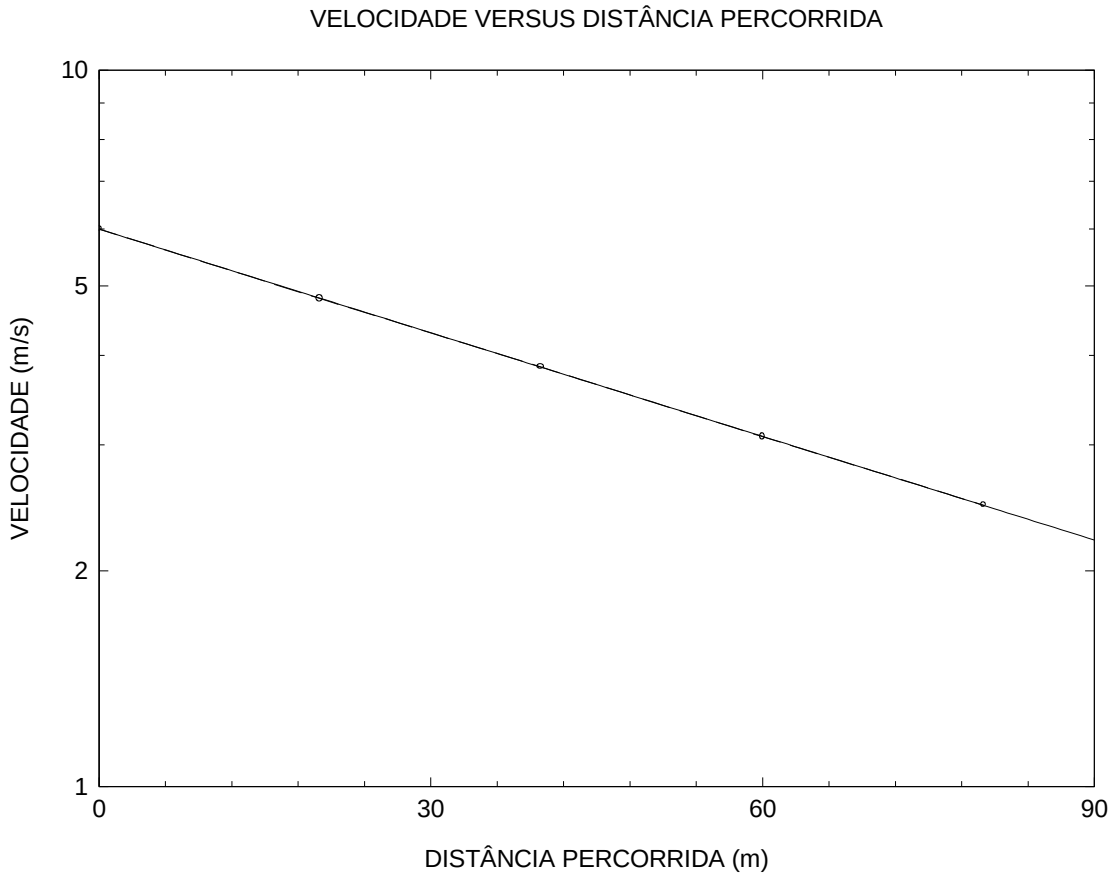
X (m)	0	20,00± 0,01	40,00± 0,01	60,00± 0,01	80,00± 0,01
V (m/s)	6,00 ± 0,02	4,80± 0,02	3,85± 0,02	3,08± 0,02	2,47± 0,02

Gráfico 10. Velocidade versus distância percorrida pela lancha em escala linear.



O formato da curva sugere que a relação entre V e X pode ser do tipo $V = C\, e^{-nX}$. Se isto for verdade então o gráfico mono-log de V versus X deve ser uma reta. De fato, conforme se observa no gráfico 11, obtido colocando os pontos da tabela diretamente em papel mono-log, tem-se uma reta.

Gráfico 11. Velocidade versus distância percorrida em escala mono-log



Como obteve-se uma reta então a proposição de que $V = C\ e^{-n\ X}$ esta correta. E para determinar os valores das constantes C e n compara-se a equação linearizada

$$\text{Log } V = \log C + n\ X \log e \qquad (12)$$

com a equação geral da reta $Y = A + B\ X$ e tem-se

$$Y = \log V \qquad X = X \qquad A = \log C \qquad B = n \log e \qquad (13)$$

Como as escalas vertical e horizontal são diferentes o parâmetro angular B é calculado como a inclinação física da reta

$$B = \frac{\log V_2 - \log V_1}{X_2 - X_1} \qquad (14)$$

como o parâmetro angular B representa o produto "n log *e*" da função linearizada, segue que

$$n = \frac{1}{\log e} \frac{\log V_2 - \log V_1}{X_2 - X_1} \qquad (15)$$

Por meio da mudança de base, usando-se a relação $\log_a Z = \frac{\log_b Z}{\log_b a}$, tem-se que

$$n = \frac{\ln V_2 - \ln V_1}{X_2 - X_1} \quad \text{ou} \quad n = \frac{\ln (V_2 / V_1)}{X_2 - X_1} \qquad (16)$$

Escolhendo-se dois pontos da reta ajustada

$P_1 = (30{,}0 ; 4{,}30)$ e $P_2 = (70{,}0 ; 2{,}76)$

Obtém-se n = 0,0111 com dimensão do inverso da distância, ou seja n = 0,0111 m^{-1}

O parâmetro linear A, que corresponde a log C, é determinado no gráfico por interpolação. Fazendo-se X=0, obtém-se o valor de V que corresponde a C.
No gráfico, em X=0 tem-se C = 6,00 m/s que é a velocidade inicial da lancha. Portanto, a relação entre a variáveis V e X deste exemplo é

$$V = 6{,}00\, e^{-0{,}0111\, X} \qquad (17)$$

E indica que a velocidade da lancha decai exponencialmente com a distância percorrida.

Observação:

O cálculo de n pode ser simplificado se escolhemos os valores de V_1 e V_2 de forma conveniente.

Se pegamos $(V_2/V_1) = e$, onde *e* é o número neperiano 2,718281828...., temos que:

$$n = 1/(X_2 - X_1)$$

Sendo assim, caso escolhamos valores de V tais como 10 e 10e, ou múltiplos de 10, poderemos encontrar o valor da constante diretamente, bastando dividir 1 por $(X_2 - X_1)$.

5. RESUMO DE COMANDOS DO GRACE

Esta seção traz um resumo dos principais comandos utilizados na confecção de um gráfico. Instruções do tipo *Data; Import; ASCII;* significam: clique no menu *Data*, depois no sub-menu *Import* e então na opção *ASCII*. Texto a ser digitado por você aparece em letra máquina de escrever `tal como este aqui`, nomes de janelas, campos e botões aparecem sublinhados e botões a serem clicados aparecem em letra MAIÚSCULA ou dentro de uma caixa.

Em diversas situações o programa Grace utiliza **janelas** para aceitar os comandos. Várias destas janelas contêm **tarjas** que aparecem na janela como se fossem a tarja de uma pasta em um arquivo convencional. Clicando na tarja o usuário pode dar comandos relacionados ao nome da tarja. As tarjas, por sua vez, contêm diferentes **campos**, onde o usuário pode entrar com as opções de sua preferência. Usualmente isto é feito através de **botões** que ao serem clicados abrem as diferentes opções aceitáveis pelo programa. Várias janelas contêm um campo utilizado para **selecionar um conjunto de dados (select set)**. Neste campo aparecem todos os conjuntos de dados disponíveis. Um deles pode ser selecionado clicando-o uma vez com o botão esquerdo do mouse. Uma vez selecionado um conjunto de dados, clicando com o botão direito do mouse aparecerá um menu contendo várias ações que podem ser feitas com aquele conjunto. As **janelas** podem ter os seguintes **botões na sua parte inferior**: OK, ACCEPT, APPLY, CANCEL, CLOSE. Estes botões servem para: implementar uma alteração mantendo a janela aberta (OK e APPLY), implementar uma alteração e fechar a janela (ACCEPT), não implementar eventuais alterações (CANCEL) e fechar a janela (CLOSE).

1. Como ler um arquivo de dados

1.1. Dados x,y, em duas colunas,

Clique em *Data; Import; ASCII;*

No campo Directories da janela Read Sets clique duas vezes no nome do Diretório onde se encontram os dados a serem lidos;

No campo Files da janela Read Sets clique uma vez no nome do arquivo a ser lido; (Clicar duas vezes seguidas no nome é equivalente a pressionar o botão OK, veja abaixo)

Clique no botão OK (uma única vez; clicar mais de uma vez faz com que você leia cópias do mesmo arquivo) na parte inferior da janela;

Feche a janela Read Sets (botão CANCEL na parte inferior da janela ou o botão X na parte superior direita da mesma).

1.2. Dados contendo os valores do erro em x e/ou y,

Clique em *Data; Import; ASCII;*

Clique no botão Set type [XY] na janela Read Sets;

Escolha a opção correta para os seus dados (XYDX, XYDY, XYDXDY, etc)

No campo Files da janela Read Sets clique no nome do arquivo a ser lido;

Clique no botão OK (uma única vez) na parte inferior da janela;

Feche a janela Read Sets (botão CANCEL na parte inferior da janela ou o botão X na parte superior direita da mesma).

1.3. Dados cujas colunas não estão na ordem XYDXDY;

Clique em *Data; Import; ASCII;*

Clique no botão Load as: [Single set] na janela Read Sets;

Escolha a opção [Block data] ;

No campo Files clique no nome do arquivo a ser lido;

Clique no botão OK (uma única vez) na parte inferior da janela Read Sets;

Esta seqüência abre a janela Edit block data. Clique no botão Set type: [XY] desta janela e escolha a forma correta para os seus dados (XYDX, XYDY, etc);

Clique no botão X from column: [1] e indique em qual coluna se encontram os seus valores de X. Faça o mesmo para as outras colunas do seu arquivo de dados.

Clique no botão ACCEPT da janela Edit block data para ler os dados.

Feche a janela Edit block data e a janela Read sets.

Feche a janela Read Sets (botão CANCEL na parte inferior da janela ou o botão X na parte superior direita da mesma).

2. Como alterar a aparência dos dados no gráfico

A aparência dos dados no gráfico pode ser alterada na janela Setappearance. Para abrir esta janela clique duas vezes no próprio gráfico **ou** clique em *Plot; Set appearance*. Todos os comandos abaixo devem ser feitos na janela *Setappearance.* Antes, porém, é necessário **selecionar o conjunto de dados** cuja aparência você deseja alterar (veja como fazer isto na introdução desta seção de Resumo de Comandos do Grace).

2.1. Colocar símbolos nos dados

Clique na tarja Main;

No campo Symbol properties clique no botão Type | None | e, com o botão ainda pressionado, escolha a forma do símbolo que você deseja (círculo, quadrado, etc);

Para ver como ficaram os pontos clique no botão APPLY;

O tamanho dos símbolos pode ser ajustado com a barra de rolagem com título Size.

Se você não for fazer outra alteração na aparência feche a janela *Setappearance.*

2.2. Mudar o padrão dos símbolos (símbolos cheios, vazios, etc)

Clique na tarja Symbols;

No campo Symbol fill pressione o botão pattern: | None | e escolha a forma do padrão que você deseja (■ para símbolos cheios);

Para ver como ficaram os pontos clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração na aparência feche a janela *Setappearance.*

2.3. Retirar a linha ligando os pontos ou alterar o tipo de linha

Clique na tarja Main;

Para alterar o tipo de linha que une os pontos do gráfico clique no botão Style no campo line properties e escolha o tipo de linha que deseja;

Para retirar a linha que une os pontos clique no botão type: Straight no campo line properties e escolha a o tipo None

Para ver como ficaram os pontos clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração na aparência feche a janela *Setappearance.*

2.4. Mostrar ou esconder as barras de erro

Para que essa seção tenha efeito é necessário que os seus dados contenham as colunas respectivas dos erros associados a cada uma (veja 1.2)

Clique na tarja Main;

Clique no botão Display error bars para mostrar ou esconder as barras de erro (se estiverem declaradas no arquivo de dados)

Para mudar os detalhes das barras de erro clique na tarja Error bars e faça as mudanças que quiser (você está encorajado a explora-las). A configuração básica das barras de erro contém no campo Common a opção Normal e no campo Placement: a opção Both

Para ver como ficaram os pontos clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração na aparência feche a janela *Setappearance.*

Na tarja Main você pode ainda mudar o tamanho e a cor dos símbolos, mudar o estilo, a largura e a cor da linha que liga os pontos, e mostrar no gráfico o valor do par ordenado correspondente a cada ponto.

As outras tarjas da janela SetAppearance contêm opções que não foram descritas neste resumo mas que você pode utilizar.

3. Como alterar os eixos

As propriedades dos eixos são definidas na janela Axes. Para abri-la clique duas vezes em um dos eixos ou clique em *Plot; Axis properpties*. Todos os comandos abaixo devem ser feitos na janela Axes. Você pode mudar o eixo a ser alterado clicando no botão Edit: x-axis ou Edit: y-axis da janela Axes. Antes de mudar de eixo clique no botão APPLY para que as alterações feitas no primeiro eixo não sejam perdidas.

3.1. Como alterar o intervalo de um eixo

No campo Start e Stop digite o início e o fim do intervalo do eixo, respectivamente;

Para ver como ficou a alteração clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração nos eixos feche a janela Axes.

3.2. Como alterar o tipo de escala

Clique no botão Scale: | Linear | e escolha o tipo de escala que você deseja (logarítmica, por exemplo);

Para ver como ficou a alteração clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração nos eixos feche a janela Axes.

3.3. Como colocar título no eixo

Clique na tarja Main;

No campo Axis label digite o título do eixo;

Para ver como ficou a alteração clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração nos eixos feche a janela Axes.

A janela Axes possibilita a alteração de várias outras características dos eixos, entre elas: o espaçamento entre marcas da escala, introdução de grades nas marcas da escala, alteração do tamanho das letras do título dos eixos, das marcas da escala e dos números da escala.

4. Como alterar características gerais do gráfico

As características gerais dos gráficos são definidas na janela GraphAppearance. Para abri-la clique em *Plot; Graph Appearance* ou clique na parte central superior do gráfico, onde normalmente se coloca o título do gráfico. Todos os comandos abaixo devem ser feitos na janela GraphAppearance, exceto a introdução de legenda que necessita também da janela SetAppearance.

4.1. Como colocar título e subtítulo no gráfico

Clique na tarja Main;

No campo Titles digite nos botões Title e Subtitle o título e subtítulo do gráfico, respectivamente.

Para alterar o tamanho das letras do título e subtítulo clique na tarja Titles, e no respectivo campo arraste o botão Character Size.

Para ver como ficou a alteração clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração nos eixos feche a janela GraphAppearance.

4.2. Como introduzir uma legenda no gráfico

Abra a janela SetAppearance (clique em *Plot; SetAppearance*) e, para cada conjunto de dados mostrado no gráfico:

Selecione o conjunto de dados (clique com o botão esquerdo do mouse sobre o nome do conjunto de dados);

Clique na tarja Main;

No campo Legend, digite no botão String uma palavra ou frase que identifique o conjunto de dados selecionado (por exemplo, tratando-se de dados experimentais, digite `Experimental`).

Clique em ACCEPT para fechar a janela SetAppearance;

Abra a janela GraphAppearance (clique em *Plot; Graph Appearance*);

Clique na tarja Main;

No campo Display Options marque o botão Display legend.

Para alterar a posição da legenda no gráfico, clique na tarja Leg. Box e, no campo Location, digite os valores da posição nos botões X, Y.

Para ver como ficou a alteração clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra alteração nos eixos feche a janela GraphAppearance.

5. Como manipular um conjunto de dados

A manipulação de dados mais comum é a criação de um conjunto de dados a partir de outro.

5.1. Como criar um conjunto de dados a partir de outro

Clique em *Data; Transformations; Evaluate Expression*;

No campo Source; Set selecione o conjunto de dados que será modificado. Por exemplo, se você tem dados de x (posição) versus t (tempo) no conjunto G0.S0 e deseja criar um novo conjunto de dados contendo log(x) versus log(t), você deve clicar em G0.S0;

Se você deseja criar um **novo** conjunto de dados, no campo Destination; Set não deve haver nenhum conjunto de dados selecionado. Se algum conjunto estiver selecionado para "deselecioná-lo" clique com o botão direito do mouse dentro do campo Destination; Set e, então, com o botão esquerdo clique em *Selector operations; unselect all*;

No campo Formula digite a expressão matemática que deve ser aplicada ao conjunto de dados a ser modificado. Por exemplo, para criar um novo conjunto de dados contendo log(x) e log(t) a partir de dados de x e t, digite:

```
X=log10(x); Y=log10(y)
```

Para criar o novo conjunto de dados clique no botão APPLY;

Se você não for fazer outra manipulação feche a janela EvaluateExpression.

6. Como fazer ajuste de curvas

O programa Grace possibilita dois tipos de ajuste de curva.

6.1. Regressão

Clique em *Data; Transformations; Regression*;

No campo Apply to Set selecione o conjunto de dados no qual será feito o ajuste;

Clique no botão Type of fit: [Linear] e escolha o tipo de ajuste desejado (se for uma reta deixe a opção [Linear]);

Clique no botão Load [Fitted values] e escolha a opção [Function];

Preencha os campos Start load at, Stop load at, # of points, respectivamente com o valor inicial de x, o valor final de x e o número de pontos em que a função ajustada será avaliada nesse intervalo, respectivamente;

Clique em ACCEPT; a função ajustada é automaticamente graficada. Os parâmetros da função ajustada aparecem na janela Results que é criada ao clicar no botão ACCEPT;

Feche a janela Results;

Feche a janela Regression.

6.2. Ajuste não linear

Clique em *Data; Transformations; Non-linear curve fitting*;

No campo Source Set selecione o conjunto de dados no qual será feito o ajuste;

Para criar um novo conjunto de dados contendo os valores da função ajustada no campo Destination; Set não pode haver nenhum conjunto selecionado;

No campo Formula, digite a expressão matemática da função a ser ajustada. Por exemplo, para ajustar uma função $y = ax^b$ aos dados do conjunto selecionado, digite:

```
a0*x^a1
```

Note que os parâmetros ajustáveis têm que ser escritos na forma: a0, a1, a2, etc.

Clique no botão Parameters | 0 | e selecione o número de parâmetros ajustáveis (neste caso, 2). Ao fazer isto, na parte de baixo da janela aparecem botões para serem preenchidos com a estimativa inicial de cada parâmetro que o usuário deve fazer. É possível também retringir os valores possíveis de cada parâmetro a um intervalo, definido pelo botão Bounds.

Clique na tarja Advanced;

Clique no botão Load: | Fitted values | e escolha a opção: | Function |;

Preencha os campos Start load at, Stop load at, # of points, com o valor inicial e final de x e o número de pontos da função ajustada;

Clique no botão APPLY para ver o resultado provisório do ajuste no gráfico e os valores dos parâmetros na janela Results. Caso você queira modificar as condições do ajuste, faça as mudanças e clique novamente em APPLY;

Feche a janela Results;

Feche a janela Non-linear curve fitting.

7. Como salvar o seu trabalho

7.1. Arquivo novo

Clique em *File; Save as*;

No campo Selection da janela Grace: Save Project, digite o nome do arquivo que conterá o seu trabalho. Ao salvar um arquivo inclua a extensão .agr após o nome do mesmo pois esta é a extensão que o *Grace* reconhece.

Clique em OK.

7.2. Arquivo modificado

Clique em *File; Save*;

As modificações feitas desde a última vez que você gravou o seu arquivo são gravadas.

8. Como ler um arquivo gerado pelo Grace

Clique em *File; Open*;

No campo Files da janela Grace: Open Project, clique no nome do arquivo que você deseja ler (extensão .agr) e clique em OK.

Gráfico 1: Posição de um corpo em função do tempo conforme tabela 1, em escala linear

